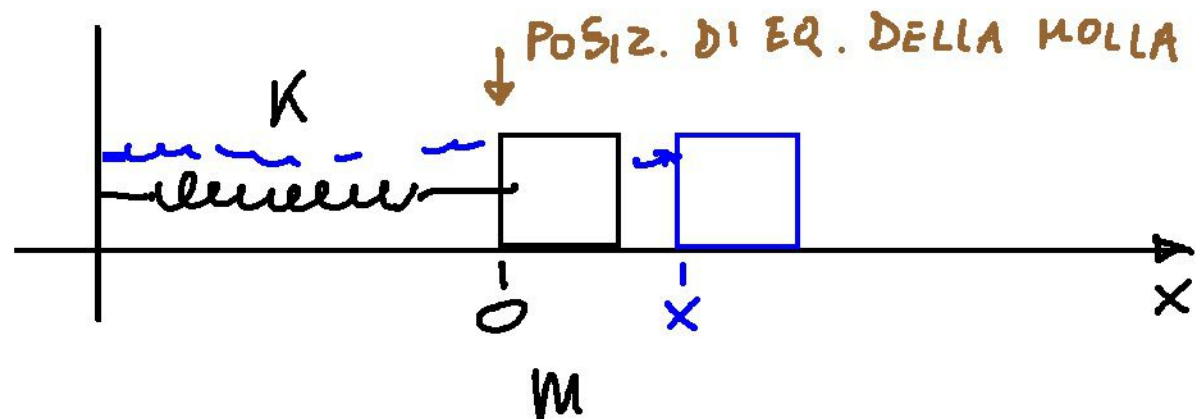


OSCILLAZIONI



EQ. DIFFERENZIALI
LINEARI
A COEFF. COSTANTI

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

CERCHIAMO $x(t)$

$$F_x = -Kx = m \ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{m} x = 0$$

$$\omega \equiv \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{DEF}$$

EQUAZIONE
DELL'OSCILLATORE
ARMONICO SEMPLICE

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$\ddot{x} \equiv \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$x = A \sin(\omega t) \quad [\text{PROVIAMO}]$$

$$\dot{x} = A \omega \cos(\omega t)$$

$$\ddot{x} = -A \omega^2 \sin(\omega t) \quad \text{VA BENE!}$$

$$x = B \cos(\omega t) \quad \text{VA BENE!}$$

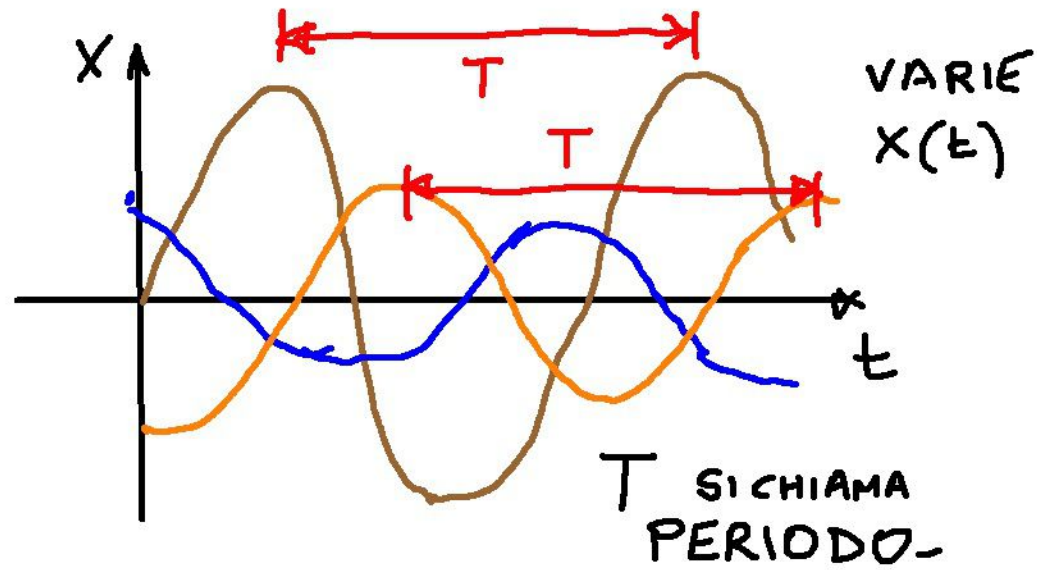
$$\ddot{X} + \omega^2 X = 0$$

SOLUZIONE:

$$X(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

CON A E B COSTANTI QUALSIASI

FAMIGLIA DI
FUNZIONI



LA STESSA FAMIGLIA DI
FUNZIONI SI PUO' PARAMETRIZZARE
COME

STESSE
FUNZIONI

$$X(t) = X_M \cos(\omega t + \delta)$$

CON X_M POSITIVO QUALSIASI
E δ QUALSIASI

$$X_M \cos(\omega t + \delta) =$$

$$= X_M \cos(\omega t) \cos(\delta) - X_M \sin(\omega t) \sin(\delta)$$

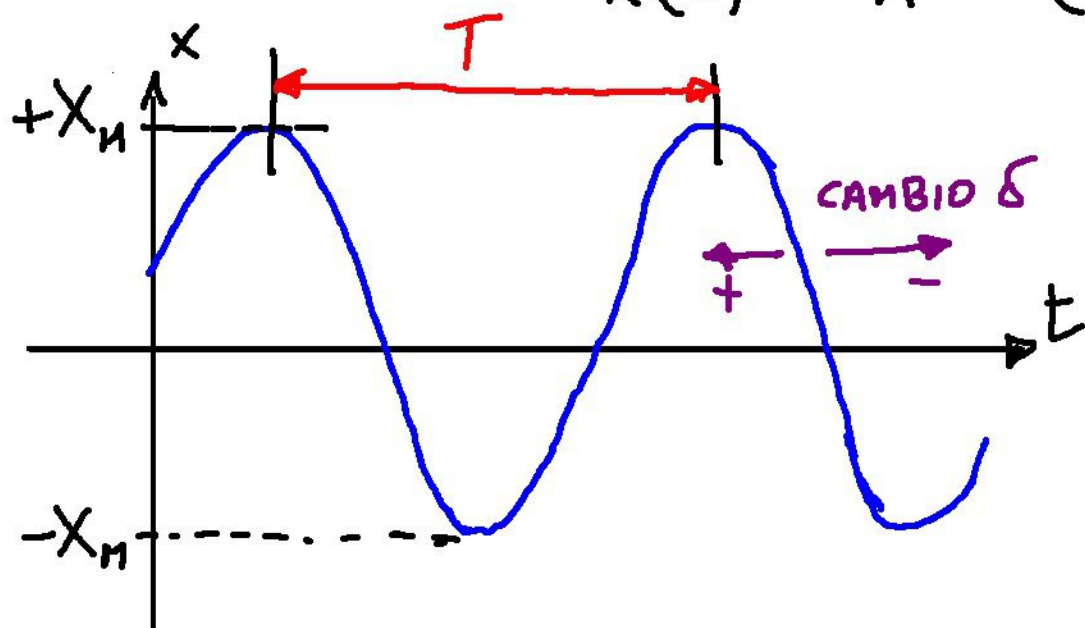
$$\begin{cases} A = -X_M \sin \delta \\ B = X_M \cos \delta \end{cases} \quad \begin{cases} \tan \delta = -\frac{A}{B} \\ X_M = \sqrt{A^2 + B^2} \end{cases}$$

$$X = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

$$\ddot{X} + \omega^2 X = 0$$

$$X(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \leftarrow \text{E' PIÙ COMODA PER I CALCOLI}$$

$$X(t) = X_M \cos(\omega t + \delta) \leftarrow \text{RISULTATI DI PIÙ FACILE INTERPRETAZIONE}$$



$$\omega t + \delta = 0 \rightarrow \text{MASSIMO}$$

$$\omega(t+T) + \delta = 0 \text{ MASSIMO SUCC.}$$

$$\omega t + \delta + \omega T = 0$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

X_M SI CHIAMA AMPIEZZA

T SI CHIAMA PERIODO

ω " PULSAZIONE $[\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$

δ " FASE $[\text{rad}]$

$$T = 2\pi/\omega$$

$$\nu \equiv \frac{1}{T} \text{ SI CHIAMA FREQUENZA}$$

$$[\frac{1}{\text{s}}] = \text{Hz (HERTZ)}$$

$$\ddot{X} + \omega^2 X = 0$$

$$X(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

$$X(t) = X_M \cos(\omega t + \delta)$$

CONDIZIONI
INIZIALI

LA SOLUZIONE
DEL PROB.

SI DETERMINANO
A E B

OPPURE
 X_M E δ



$$t=0 \begin{cases} X(t=0) = X_0 > 0 \\ \dot{X}(t=0) = 0 \end{cases}$$

$$t=0 \begin{cases} x(t=0) = 0 \\ \dot{x}(t=0) = v_0 > 0 \end{cases}$$

CONDIZIONI
INIZIALI

$X(t=0)$
 $\dot{X}(t=0)$

$$\boxed{\ddot{X} + \omega^2 X = 0} \quad + \quad \boxed{\begin{aligned} X(t=0) &= X_0 \\ \dot{X}(t=0) &= V_0 \end{aligned}}$$

↓

$$X(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

$$\dot{X}(t) = A\omega \cos(\omega t) - B\omega \sin(\omega t)$$

$$\ddot{X}(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t) - B\omega^2 \cos(\omega t)$$

↓ CONDIZIONI INIZIALI

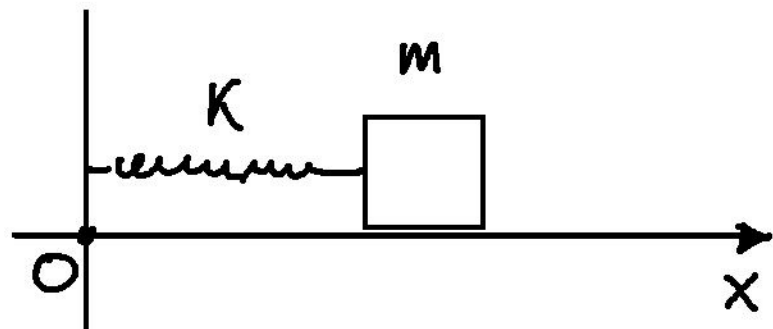
$$X(t=0) = A \sin(0) + B \cos(0) = B = X_0$$

$$\dot{X}(t=0) = A\omega \cos(0) - B\omega \sin(0) = A\omega = V_0$$

↳ TROVATI A E B

$$A = \frac{V_0}{\omega} \quad B = X_0$$

$$\longrightarrow \begin{cases} X_n = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{\frac{V_0^2}{\omega^2} + X_0^2} \\ \delta = -\arctg\left(\frac{V_0}{\omega X_0}\right) \end{cases}$$



$$F_x = -K(x - l_0) = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + Kx = Kl_0$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = \frac{K}{m}l_0$$

$$\frac{K}{m} \equiv \omega^2$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = C$$

EQ. COMPLETA

EQ. OSCILL. ARMONICO SEMPLICE
CON UN TERMINE NOTO

★ SOLUZIONE

$$x(t) = \underbrace{A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)}_{\text{SOLUZIONE GENERALE DELL'EQ. OMOGENEA}} + \frac{C}{\omega^2}$$

SOLUZIONE GENERALE
DELL'EQ. OMOGENEA

↑
1 SOLUZIONE
PARTICOLARE
DELL'EQUAZIONE
COMPLETA

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

EQ. OMOGENEA

★ (ASSOCIATA A
QUELLA COMPLETA)

$$\frac{K}{m} = \frac{\cancel{K_0}}{s^2} \frac{1}{\cancel{kg}} = \frac{1}{s^2} = \omega^2$$

$$x(t) = \text{~~~~~} + \frac{C}{\omega^2}$$

$$F = -Kx$$

$$[K] = \frac{F}{x} = \frac{\cancel{K_0}}{s^2}$$

