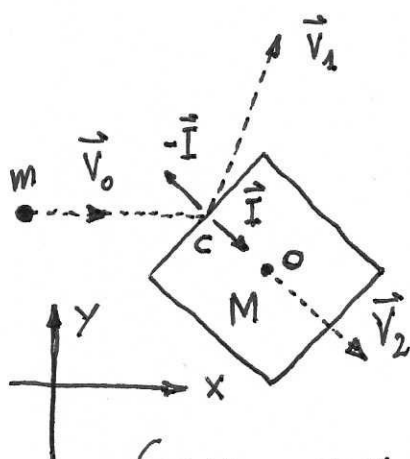




ESSENDO L'URTO ELASTICO, L'IMPULSO $\vec{I}$ SCAMBIATO NELL'URTO È NORMALE ALLA SUPERFICIE DI CONTATTO, QUINDI PERPENDICOLARE AL LATO DEL QUADRATO.

NESSUN MOMENTO MECCANICO È QUINDI APPLICATO ALLA LASTRA (BRACCIO Nullo DI $\vec{I}$ RISPETTO ADO) PER CUI ESSA NON SI METTE IN ROTAZIONE CIOÈ $\omega = 0$

SCRIVIAMO LE CONSERVAZIONI DI P_x, P_y, E

$$\begin{cases} m v_0 = m v_{1x} + M v_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 = m v_{1y} - M v_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + \frac{1}{2} M v_2^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \textcircled{X} v_{1x} = v_0 - \frac{M}{m} v_2 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{Y} v_{1y} = \frac{M}{m} v_2 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

E SOSTITUENDO NELLA TERZA EQUAZIONE SI HA

$$\cancel{m v_0^2} = \cancel{m v_0^2} + \cancel{m} \frac{M^2}{m^2} \frac{v_2^2}{2} - \cancel{2} M v_0 \frac{M}{m} v_2 \frac{\sqrt{2}}{2} + \cancel{m} \frac{M^2}{m^2} \frac{v_2^2}{2} + M v_2^2$$

$$0 = \frac{M^2}{m} v_2^2 - \sqrt{2} M v_0 v_2 + M v_2^2 \quad \sqrt{2} v_0 = v_2 \left(1 + \frac{M}{m}\right)$$

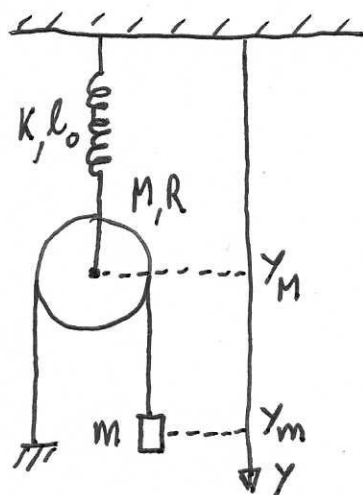
QUINDI
$$v_2 = v_0 \frac{\sqrt{2}}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)}$$

DALLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$v_1^2 = v_0^2 - \frac{M}{m} v_2^2 = v_0^2 - v_0^2 \frac{2 \frac{M}{m}}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)^2} = v_0^2 \left(1 + \left(\frac{M}{m}\right)^2 + \frac{2M}{m} - \frac{2M}{m}\right) \frac{1}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)^2}$$

PER CUI

$$v_1 = \frac{v_0 \sqrt{1 + \left(\frac{M}{m}\right)^2}}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)}$$



PER IL MECCANISMO DELLA CARRUCOLA, OGNI SUA VARIAZIONE DI QUOTA Δy_M CORRISPONDE AD UNA VARIAZIONE DI QUOTA DELLA MASSA m Δy_m DI VALORE DOPPIO, CIOÈ $\Delta y_m = 2\Delta y_M$

DETTE y_{m0} E y_{M0} LE POSIZIONI INIZIALI

$$(y_m - y_{m0}) = 2(y_M - y_{M0}) \rightarrow y_m = y_{m0} + 2y_M - 2y_{M0} \quad (1)$$

DERIVANDO RISPETTO AL TEMPO SI HA

$$\dot{y}_m = 2\dot{y}_M \quad (2) \quad \text{PER LA CARRUCOLA } \omega = \frac{\dot{y}_M}{R} \quad (3)$$

SCRIVIAMO L'ENERGIA MECCANICA DEL SISTEMA

$$E = U + K = -mgy_m - Mgy_M + \frac{1}{2}K(y_M - l_0)^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}_m^2 + \frac{1}{2}M\dot{y}_M^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

SICCOME L'ENERGIA SI CONSERVA $\frac{dE}{dt} = 0$

$$-mg\dot{y}_m - Mg\dot{y}_M + K(y_M - l_0)\dot{y}_M + m\dot{y}_m\ddot{y}_m + M\dot{y}_M\ddot{y}_M + I\omega\dot{\omega} = 0$$

SOSTITUIAMO (1), (2) E (3)

$$-2mg\dot{y}_M - Mg\dot{y}_M + K y_M \dot{y}_M - K l_0 \dot{y}_M + 4m\dot{y}_M \ddot{y}_M + M\dot{y}_M \ddot{y}_M + \frac{1}{2}MR^2 \frac{\dot{y}_M}{R} \frac{\ddot{y}_M}{R} = 0$$

$$(4m + \frac{3}{2}M) \ddot{y}_M + K y_M = K l_0 + (2m + M)g$$

EQUAZIONE DELL'OSCILLATORE ARMONICO CON TERMINE NOTO, LA CUI SOLUZIONE GENERALE È

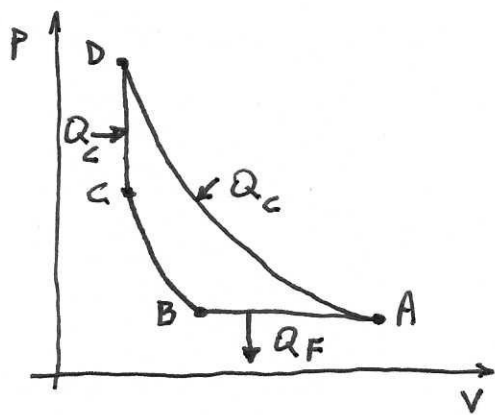
$$y_M(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) + C$$

DOVE

A, B COSTANTI ARBITRARIE

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{(4m + \frac{3}{2}M)}}$$

$$C = l_0 + (2m + M) \frac{g}{K}$$



SCRIVIAMO TUTTI I VOLUMI IN FUNZIONE DI V_D

$$\bullet V_C = V_D \quad \bullet V_B = \alpha V_D \quad \bullet V_A = \beta V_D$$

SCRIVIAMO TUTTE LE PRESSIONI IN FUNZIONE DI P_A

$$\bullet P_B = P_A ; P_A V_A = P_D V_D \text{ (ISOTERMA)} \rightarrow P_D = \frac{V_A}{V_D} P_A \rightarrow$$

$$\bullet P_D = \beta P_A ; P_C V_C^\gamma = P_B V_B^\gamma \text{ (ADIABATICA)} \rightarrow P_C = \left(\frac{V_B}{V_D}\right)^\gamma P_A \rightarrow$$

$$\bullet P_C = \alpha^\gamma P_A$$

$$Q_C = n C_V (T_D - T_C) + n R T_D \ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right) =$$

$$= \frac{n C_V}{n R} (P_D V_D - P_C V_C) + \frac{n R}{n R} P_D V_D \ln(\beta) =$$

$$= \frac{1}{(\gamma - 1)} (\beta P_A V_D - \alpha^\gamma P_A V_D) + \beta P_A V_D \ln(\beta) =$$

$$= P_A V_D \left[\frac{(\beta - \alpha^\gamma)}{(\gamma - 1)} + \beta \ln(\beta) \right]$$

$$Q_F = n C_P (T_A - T_B) = \frac{n C_P}{n R} (P_A V_A - P_B V_B) =$$

$$= \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} (P_A \beta V_D - P_A \alpha V_D) = P_A V_D \frac{\gamma (\beta - \alpha)}{(\gamma - 1)}$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{\gamma (\beta - \alpha)}{(\beta - \alpha^\gamma) + \beta (\gamma - 1) \ln(\beta)}$$