

- LA POTENZA FORNITA DAL MOTORE VALE SEMPRE $P_0 > 0$
- LA FORZA D'ATTRITO CON L'ARIA VALE $F_A = -KV^2$, DI CONSEGUENZA LA POTENZA RELATIVA VALE $P_A = F_A \cdot v = -KV^3$, SEMPRE NEGATIVA.

- LA POTENZA FORNITA DALLA GRAVITA' VALE $P_G = \frac{dW_G}{dt} = -\frac{dU_G}{dt} = -mg \frac{dh}{dt} = \pm mgv \sin \alpha$, DOVE IL SEGNO + VALE IN DISCESA ED OVVIAMENTE IL SEGNO - VALE IN SALITA
- PER IL TEOREMA DEL LAVORO E DELL'ENERGIA CINETICA $\Delta K = W_{TOT}$, CIOE' $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{TOT}}{dt} = P_{TOT}$. QUI PERO' SIA IN SALITA CHE IN DISCESA CHE IN PIANURA $\frac{dK}{dt} = 0$. DETTE ALLORA V_S, V_D, V_P LE TRE VELOCITA' SCRIVIAMO $P_{TOT} = 0$ PER SALITA, DISCESA E PIANURA

$$\begin{array}{l} \text{SALITA} \\ \text{DISCESA} \\ \text{PIANURA} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} P_0 - mgV_S \sin \alpha - KV_S^3 = 0 \\ P_0 + mgV_D \sin \alpha - KV_D^3 = 0 \\ P_0 - KV_P^3 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} mg \sin \alpha = \frac{P_0 - KV_S^3}{V_S} \quad (1) \\ mg \sin \alpha = \frac{-P_0 + KV_D^3}{V_D} \quad (2) \end{array}$$

UGUAGLIAMO (1) E (2)

$$\frac{P_0 - KV_S^3}{V_S} = \frac{-P_0 + KV_D^3}{V_D} \Rightarrow P_0 V_D - KV_S^3 V_D = -P_0 V_S + KV_D^3 V_S$$

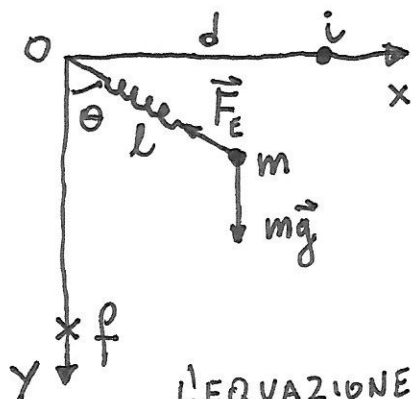
$$\frac{P_0}{K} (V_D + V_S) = V_D V_S (V_D^2 + V_S^2) \Rightarrow \frac{P_0}{K} = \frac{V_D V_S (V_D^2 + V_S^2)}{(V_D + V_S)}$$

MA DALLA (3) $V_P^3 = \frac{P_0}{K}$, QUINDI

$$V_P = \sqrt[3]{\frac{V_D V_S (V_D^2 + V_S^2)}{(V_D + V_S)}}$$

E COI DATI DEL PROBLEMA $V_P \approx 167 \text{ Km/h}$

ESERCIZIO 2 SOLUZIONE A



sia i LA POSIZIONE INIZIALE DI m E SIA f LA SUA POSIZIONE QUANDO PASSA ESATTAMENTE IN VERTICALE SOTTO O , CIOE' $x=0$
LE DUE COMPONENTI DELLA FORZA ELASTICA VALGONO:

$$F_{ex} = -kx \sin \theta = -kx$$

$$F_{ey} = -kl \cos \theta = -ky$$

L'EQUAZIONE DEL MOTO SU x E' $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ CHE COME NOTO HA SOLUZIONE $x = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ CON $\omega = \sqrt{k/m}$ IMPONENDO LE CONDIZIONI INIZIALI $x(0) = d$, $\dot{x}(0) = 0$ SI OTTIENE $A = d$, $B = 0$, QUINDI:

$$x = d \cos(\omega t) \quad \text{PONENDO } x_f = 0 \text{ SI RICAVALA } \omega t_f = \pi/2 \quad (1)$$

$$\dot{x} = -d\omega \sin(\omega t) \text{ E SI TROVA } \dot{x}_f = -d\omega = -d\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

ANALOGAMENTE

L'EQUAZIONE DEL MOTO SU y E' $\ddot{y} + \frac{k}{m}y = g$ CHE COME NOTO HA SOLUZIONE $y = C \cos(\omega t) + D \sin(\omega t) + \frac{mg}{k}$

IMPONENDO LE CONDIZIONI INIZIALI $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$ SI OTTIENE $C = -\frac{mg}{k}$, $D = 0$, QUINDI:

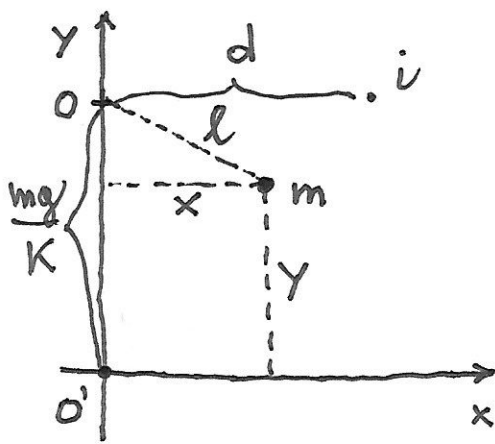
$$y = \frac{mg}{k} (1 - \cos(\omega t))$$

$$\dot{y} = \frac{mg}{k} \omega \sin(\omega t) \text{ E SICCOME } (1) \omega t_f = \pi/2 \text{ SI HA } \dot{y}_f = \frac{mg\omega}{k} = g\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3)$$

COMBINANDO I RISULTATI (2) E (3) SI OTTIENE

$$v_f = \sqrt{\dot{x}_f^2 + \dot{y}_f^2} = \sqrt{d^2 \frac{k}{m} + g^2 \frac{m}{k}}$$

ESERCIZIO 2 SOLUZIONE B



CONVIENE PRENDERE UN SISTEMA X-Y COME IN FIGURA, CON L'ORIGINE O' NEL PUNTO DI EQUILIBRIO, IL QUALE PER UNA MASSA APPESA AD UNA MOLLA GIACE A UNA DISTANZA $\frac{mg}{K}$ AL DI SOTTO DEL PUNTO DI SOSPENSIONE O.

IL PROBLEMA È CONSERVATIVO. SCRIVIAMO L'ENERGIA POTENZIALE

$$U = U_G + U_E = mgy + \frac{1}{2}Kl^2 =$$

$$= mgy + \frac{1}{2}K(x^2 + (\frac{mg}{K} - y)^2) =$$

$$= mgy + \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}Ky^2 + \frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{K} - mgy = \frac{1}{2}K(x^2 + y^2)$$

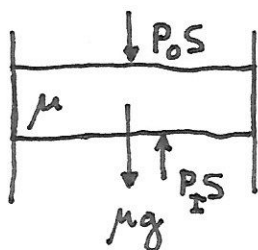
IL TERMINE $\frac{m^2g^2}{2K}$ È STATO ELIMINATO PERCHÉ COSTANTE.

$U = \frac{1}{2}K(x^2 + y^2)$ È UN POTENZIALE CENTRALE ATTRATTIVO, ESATTAMENTE COME NEL CASO IN CUI LA MOLLA FOSSE ATTACCATA IN O' INVECE CHE IN O E LA GRAVITÀ NON CI FOSSE.

LA MASSA m, ESSENDO STATA FATTA PARTIRE DA FERMA, NON PUÒ CHE MUOVERSI DI MOTO RETTILINEO VERSO IL PUNTO O' (DOVE SI TROVA IL MINIMO DEL POTENZIALE) DOVE ARRIVERÀ CON VELOCITÀ CHE SI TROVA ^{USANDO} LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA:

$$\frac{1}{2}mV_f^2 = \frac{1}{2}K(x_i^2 + y_i^2) = \frac{1}{2}K(d^2 + \frac{m^2g^2}{K^2})$$

$$V_f = \sqrt{d^2 \frac{K}{m} + g^2 \frac{m}{K}}$$



DURANTE IL MOTO DI UNO QUALUNQUE DEI DUE PISTONI, DETTA μ LA SUA MASSA ($\mu = m$ OPPURE m), S LA SEZIONE DEL CILINDRO E P_I LA PRESSIONE INTERNA, SI HA

$$\mu g + P_0 S - P_I S = \mu a \quad \text{MA SICCOME I PISTONI SI}$$

MUOVONO LENTAMENTE $a = 0$. [ADDIRITTURA IN QUESTO CASO SI PUÒ DIMOSTRARE CHE IL MOTO È RIGOROSAMENTE UNIFORME]

ALLORA $P_I = P_0 + \frac{\mu g}{S}$. DETTA CIOÈ P_1 LA PRESSIONE NEL CILINDRO DI SINISTRA E P_2 IN QUELLO DI DESTRA SI HA

$$P_1 = P_0 + \frac{\mu g}{S} \quad \underline{\text{COSTANTE}} \quad \text{E} \quad P_2 = P_0 + \frac{\mu g}{S} \quad \underline{\text{COSTANTE}}$$

CHIAMATO V_2 IL VOLUME FINALE DELL'ARIA NEL CILINDRO DI DESTRA, CALCOLIAMO IL LAVORO FATTO SUL GAS

$$W = -P_1 \Delta V_{\text{SINISTRO}} - P_2 \Delta V_{\text{DESTRO}}$$

$$\text{MA } \Delta V_{\text{SINISTRO}} = -V_1, \quad \Delta V_{\text{DESTRO}} = +V_2$$

$$W = P_1 V_1 - P_2 V_2 = nR(T_0 - T_f) \quad [\text{USATO } PV = nRT]$$

SI HA INOLTRE $Q = 0$ (SISTEMA ISOLATO) E $\Delta U = n c_v (T_f - T_0)$

APPLICANDO ALLORA IL PRIMO PRINCIPIO:

$$\Delta U = Q + W$$

$$n c_v (T_f - T_0) = nR(T_0 - T_f)$$

$$(c_v + R)(T_f - T_0) = 0$$

$$T_f = T_0$$

LA TEMPERATURA FINALE È UGUALE A QUELLA INIZIALE