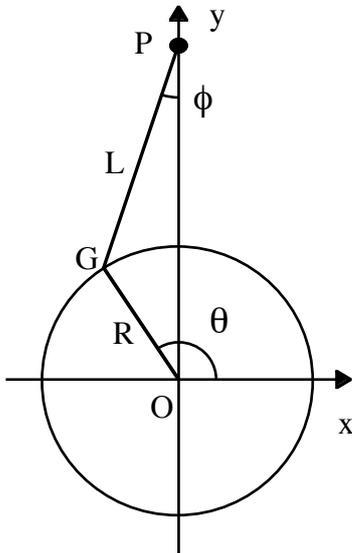


Fisica Generale per Ingegneria Meccanica

Compito del 30/ 05/ 01

Esercizio 1



In figura sono rappresentate alcune parti di un motore a scoppio.

Il pistone P è schematizzato da un punto materiale di massa M, vincolato a muoversi senza attrito sull'asse y. Esso è collegato tramite la biella, asta rigida di lunghezza L, allo snodo G che si trova sul bordo di un volano libero di ruotare senza attrito, di massa trascurabile, di raggio R e col centro O fissato all'origine di un sistema di riferimento inerziale.

Il motore sta girando a regime costante e si ha pertanto $\theta = \omega t$, se θ è l'angolo in figura. In tutto l'esercizio ci si interesserà solo del caso di "biella lunga", vale a dire si ha $R \ll L$ o meglio $R/L \ll 1$ [1]. Sia y_p l'ordinata del pistone; si chiede di:

a) calcolare quanto valgono rispettivamente il minimo ed il massimo di y_p ;

- b) determinare y_p in funzione del tempo;
 - c) tenendo conto della condizione [1] sviluppare $y_p(t)$ tenendo solo i termini del primo ordine in R/L , ottenendo $y_p(t)$ come combinazione lineare di seni e coseni di $n\omega t$, con n intero non negativo;
 - d) fare il grafico di un periodo della funzione ottenuta;
 - e) determinare l'angolo ϕ in funzione del tempo;
 - f) tenendo conto della [1] e che per angoli piccoli $\sin \alpha \approx \alpha$ (e $\cos \alpha \approx 1$), scrivere l'espressione approssimata di $\phi(t)$;
 - g) scrivere la derivata seconda di $y_p(t)$ rispetto al tempo;
 - h) calcolare quanto vale la reazione vincolare \mathbf{F} applicata ad O in funzione del tempo.
- Supponiamo ora che la biella (GP) abbia una massa m distribuita uniformemente sulla lunghezza L. Si chiede di:
- i) determinare $x_{CM}(t)$, l'ascissa del centro di massa della biella;
 - j) determinare $y_{CM}(t)$, l'ordinata del centro di massa della biella;
 - k) sviluppare $y_{CM}(t)$ come fatto alla domanda c) per y_p ;
 - l) calcolare la reazione vincolare verticale F'_y applicata ad O in funzione del tempo;
 - m) determinare la massa di un contrappeso da porre sul volano in posizione diametralmente opposta a G, al fine di ridurre il più possibile F'_y , ovvero le vibrazioni prodotte nel veicolo
 - n) calcolare quale fattore di riduzione dell'ampiezza delle vibrazioni si ottenga;
 - o) (per i più bravi) calcolare la reazione vincolare orizzontale F'_x applicata ad O in funzione del tempo.

N.B. se $|x| \ll 1$ allora $\sqrt{1+x} \approx 1+x/2$, inoltre $\cos^2 \alpha = (1 + \cos(2\alpha))/2 \quad \forall \alpha$