Esercizio 1

Due particelle, 1 e 2, si muovono con velocità costanti $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$. In un certo istante le loro posizioni sono date dai raggi vettori $\mathbf{r}_1$ ed $\mathbf{r}_2$. Quale deve essere il legame tra questi quattro vettori perché le particelle collidano?

Esercizio 2

Due particelle, 1 e 2, si muovono con velocità costanti v_1 e v_2 su due linee rette ortogonali verso il punto di intersezione O. Nell'istante t=0 le due particelle distano ancora rispettivamente l_1 ed l_2 da O. Quando sarà minima la distanza tra le due particelle? Quanto vale la distanza minima?

Esercizio 3

Un fiume di larghezza L scorre con velocità **v** costante ed uniforme. Una barca si trova su una delle due rive e deve raggiungere l'altra. La barca viaggia rispetto all'acqua con una velocità che vale k volte la velocità della corrente, con $k>1$. Si vogliono sapere: a) l'angolo formato tra la direzione della corrente e la direzione in cui punta la prua della barca; b) lo spazio percorso; c) il tempo impiegato per l'attraversamento. Si trovi risposta a queste tre domande nei due seguenti casi:

1) La barca attraversa il fiume nel minor tempo possibile.
2) La barca attraversa il fiume sul tragitto più corto possibile.

Esercizio 4

Due nuotatori lasciano il punto A sulla riva di un fiume per raggiungere il punto B situato esattamente di fronte ad A sull'altra riva. Uno di loro nuota seguendo la linea retta AB mentre l'altro nuota perpendicolarmente alla corrente e poi cammina lungo la sponda tornando indietro fino a B, ove giunge contemporaneamente al primo. La velocità della corrente sia V_0 e la velocità di ognuno dei nuotatori rispetto all'acqua sia v'. Qual è la velocità u con cui cammina il secondo nuotatore?

Esercizio 5

Due proiettili vengono sparati contemporaneamente dallo stesso punto e con la stessa velocità v_0. Uno di questi viene indirizzato in verticale, l'altro ad un angolo di 60° rispetto all'orizzontale. Trovare la distanza tra i due proiettili in funzione del tempo.

Esercizio 6

Due corpi sono lanciati dallo stesso punto orizzontalmente, in direzioni opposte, con velocità iniziali $v_1 = 3$ m/s e $v_2 = 4$ m/s, in presenza di gravità. Trovare la distanza tra i due corpi nell'istante in cui i rispettivi vettori velocità sono mutuamente perpendicolari.

Esercizio 7

Un cannone ed il suo bersaglio distano tra loro 5,1 km, e sono situati alla stessa altezza. Quanto tempo ci metterà un proiettile lanciato a 240 m/s per colpire il bersaglio? Si trascuri la resistenza dell'aria.

Esercizio 8

Un cannone spara in successione due proiettili con velocità V_0=250 m/s; il primo ad una inclinazione ϑ_1=60° ed il secondo ad una inclinazione ϑ_2=45° rispetto all' orizzontale. Trascurando la resistenza dell'aria trovare l'intervallo di tempo tra gli spari che fa collidere in volo i due proiettili.

Esercizio 9

Un sasso viene scagliato orizzontalmente dalla cima di una collina, terminando la sua traiettoria parabolica in una piscina piena d'acqua. L'altezza della collina rispetto alla superficie dell'acqua vale H. Il lanciatore sente il rumore del sasso che tocca l'acqua quando è passato un tempo T dal lancio. Se la velocità del suono vale c, qual è la velocità iniziale del sasso?

Esercizio 10

Un punto materiale si muove nel piano xy con accelerazione costante, di modulo a. L'equazione della traiettoria di tale punto ha la forma $y = bx - cx^2$, dove b e c sono costanti positive. Trovare la velocità di tale punto quando esso si trova all'origine delle coordinate.

Esercizio 11

Un punto si muove nel piano xy secondo le leggi orarie x = at, y = at(1-bt). In queste equazioni a e b sono costanti positive e t è il tempo. Trovare:

1) l'equazione della traiettoria del punto y(x) e farne il grafico;
2) la velocità **v** e l'accelerazione **w** del punto in funzione del tempo;
3) l'istante t_0 in cui la velocità forma un angolo π/4 rispetto all'accelerazione.

Esercizio 12

Il vettore posizione **r** del punto A, rispetto all'origine, varia col tempo t seguendo la legge oraria $\mathbf{r}(t) = bt\mathbf{i} - ct^2\mathbf{j}$, dove b e c sono costanti positive ed **i** e **j** sono i versori degli assi x ed y. Si chiede di calcolare:

a) l'equazione y(x) della traiettoria del punto A; si disegni un grafico di tale funzione;
b) i vettori velocità **v**(t) ed accelerazione **a**(t), così come i rispettivi moduli |**v**(t)| e |**a**(t)|;
c) l'angolo θ(t) compreso tra i vettori **v** ed **a**;
d) la velocità vettoriale media nell'intervallo di tempo compreso tra 0 e t, così come il modulo di tale vettore

Esercizio 13

Un punto si muove sul piano xy secondo le leggi orarie x = A sin(ωt), y = A (1-cos(ωt)). Si chiede di trovare:

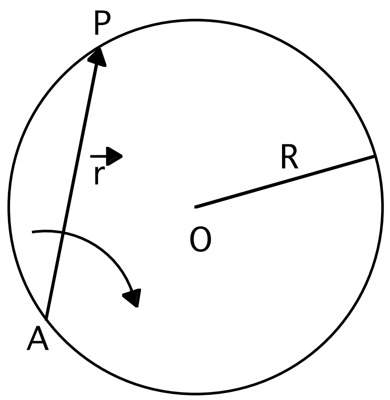
a) la distanza s percorsa dal punto in un tempo τ;
b) l'angolo tra i vettori velocità ed accelerazione del suddetto punto.

Esercizio 14

Un pallone aerostatico sta salendo, lanciato dalla superficie terrestre. La velocità di salita è costante e vale V_0. A causa del vento il pallone acquisisce anche una componente orizzontale della velocità $V_X=ky$, dove a è una costante e y è la quota. Trovare le seguenti quantità in funzione della quota:

a) lo spostamento orizzontale del pallone x(y)
b) l'accelerazione totale, quella tangenziale e quella normale del pallone.

Esercizio 15



Un punto materiale P si muove su una circonferenza di raggio R, centrata in O, in modo tale che il suo vettore posizione **r**, relativo al punto A che giace sulla circonferenza, ruota con velocità angolare costante ω. Trovare il modulo della velocità del punto P, nonché modulo e direzione della sua accelerazione.

Esercizio 16

Un punto si muove decelerando lungo una circonferenza di raggio R in modo tale che le sue accelerazioni tangenziale e normale sono uguali in modulo. Al momento iniziale t=0 la velocità del punto vale v_0. Trovare:

a) La velocità del punto in funzione del tempo t;
b) La velocità del punto in funzione della distanza percorsa s;
c) L'accelerazione totale del punto in funzione della velocità;
d) L'accelerazione totale del punto in funzione della distanza percorsa s.

Esercizio 17

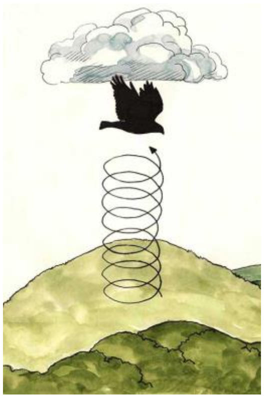
Un punto materiale si muove su un arco di circonferenza di raggio R secondo la legge oraria s = A sin(ωt) dove s è lo spostamento dalla posizione iniziale misurato lungo l'arco, a ed ω sono costanti. Assumendo R = 1m, A = 80cm, ω = 2 rad/s, trovare:

a) il modulo dell'accelerazione totale nei punti s = 0 ed s = ±A;
b) il valore minimo del modulo dell'accelerazione totale a_M ed il corrispondente spostamento s_M.

Esercizio 18

Un punto materiale si muove su una traiettoria circolare di raggio R. Il modulo della sua velocità dipende dallo spazio s percorso lungo la circonferenza secondo la legge $v = K\sqrt{s}$, dove K è una costante positiva. Trovare, in funzione di s, l'angolo θ compreso tra i vettori della velocità e dell'accelerazione totale.

Esercizio 19

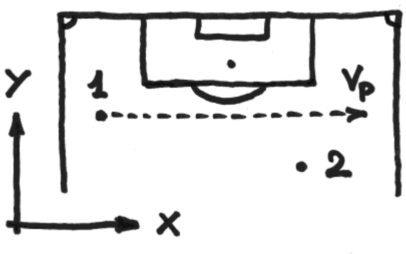


Siamo nel parco del Falco Quarantino, così chiamato perché vola sempre alla velocità di 40 Km/h. Una guardia del parco osserva un esemplare che compie un moto a spirale utilizzando una corrente termica ascensionale. La spirale è a passo costante, come una qualunque vite.
Durante tutto il moto a spirale l'accelerometro di cui è stato dotato il volatile segnala una accelerazione di modulo costante pari a 3,25m/s^2. La guardia annota che il moto è durato esattamente 8 giri e che è durato 2 minuti e 42 secondi.
Quanti metri di quota ha guadagnato il Falco Quarantino?

Esercizio 20

Un giocatore di basket tira verso il canestro. Nel momento in cui la palla lascia le sue mani, la retta congiungente il centro della palla col centro del cerchio forma un angolo β (positivo) rispetto all'orizzontale. Il giocatore vuole tirare dando alla palla la minima velocità possibile per fare centro.
Con quale inclinazione rispetto all'orizzontale deve far partire la palla? Piccolo bonus se si scrive la soluzione finale senza radici quadrate.

Esercizio 21



Un calciatore si trova nella posizione 1 di coordinate (x_1,y_1) quando fa partire un passaggio orizzontale (detto "traversone") che viaggia a velocità costante V_P. Un giocatore della stesssa squadra si trova nella posizione 2 di coordinate (x_2,y_2). Dopo un tempo fisiologico di reazione ΔT egli parte a velocità costante V_G per intercettare il pallone, muovendosi in linea retta. Si vuole sapere in quale direzione deve partire il giocatore 2, qual è il tempo minimo necessario per intercettare il pallone e qual è il valore minimo di V_G per cui egli riesce effettivamente ad intervenire sulla palla.

Esercizio 22

Un aereo da turismo viaggia in linea retta dall'aereoporto A all'aeroporto B e ritorno a velocità costante. I due aeroporti distano tra loro 250 Km. In un giorno senza vento, con la manetta del gas in posizione da crociera, esso impiega esattamente 1 ora sia per l'andata che per il ritorno per un tempo totale di 2 ore. Il giorno seguente c'è un vento costante di velocita 60 Km/h, inclinato a 30° rispetto alla rotta, uniforme su tutto il percorso. Se il pilota mantiene la manetta del gas nella stessa posizione, quanto tempo impiega l'aereo per percorrere andata e ritorno?

Esercizio 23

Un arciere è al centro di una vasta pianura. Si chiede qual è il massimo angolo rispetto all'orizzontale con cui egli può scoccare una freccia in modo tale che la distanza fra l'arciere e la freccia aumenti sempre durante tutta la traiettoria. Si trascuri la resistenza dell'aria.

Esercizio 24

Una bicicletta sta viaggiando a velocità costante V_0. Percorsa una distanza pari a molte pedalate, qual è la **velocità intensiva media** di un qualunque punto P del battistrada di una delle due ruote?