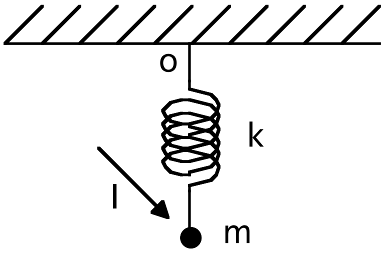
Esercizio 1



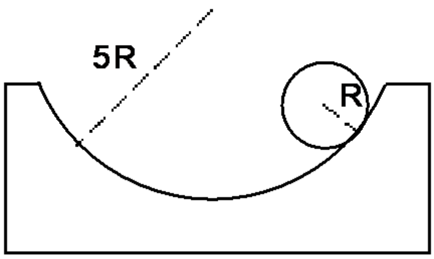
Si abbia una massa puntiforme m sospesa ad un punto fisso O da una molla di costante elastica k avente lunghezza a riposo nulla. La massa della molla sia trascurabile ed il sistema sia all'inizio fermo nella sua posizione di equilibrio stabile. In un dato istante un impulso **I**, inclinato di 45° rispetto all'orizzontale (vedi figura), viene impartito alla massa m. Come descrivereste il tipo di traiettoria percorsa dalla massa m? Determinare la massima distanza da O raggiunta dalla massa m durante il moto successivo all'applicazione di **I**.

Esercizio 2

Un corpo di massa 2 kg è appoggiato su una piattaforma orizzontale che si muove verticalmente in modo tale che al tempo t la sua quota, rispetto alla posizione media, vale $y=0.1\sin(\omega t)$ [in metri]. La pulsazione ω viene aumentata lentamente. Arrivati ad una certa pulsazione ω_1 il corpo comincia a perdere il contatto con la piattaforma. Trovare:

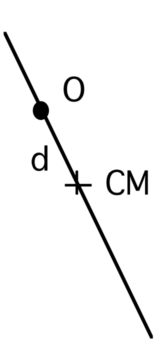
a) il valore di ω_1;
b) la massima forza esercitata dal corpo sulla piattaforma se $\omega=\omega_1$;
c) l'altezza massima raggiunta dal corpo se la pulsazione è istantaneamente aumentata a $2\omega_1$ quando la piattaforma è nella posizione più bassa.

Esercizio 3



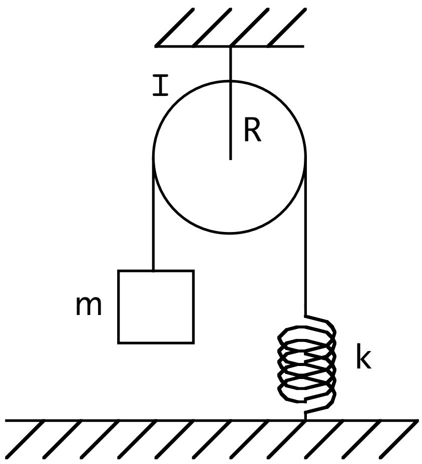
Una sfera solida, di raggio R, rotola senza strisciare lungo un profilo cilindrico di raggio 5R. Si dimostri che per piccoli spostamenti rispetto al punto d'equilibrio la sfera compie un moto armonico con periodo $T = 2p\sqrt{\frac{28R}{5g}}$

Esercizio 4



Una sbarra sottile ed uniforme, di lunghezza L, compie delle piccole oscillazioni non smorzate intorno ad un asse orizzontale fisso O, il quale è perpendicolare alla sbarra e passa attraverso di essa. Trovare la distanza d tra il centro di massa della sbarra e l'asse O per la quale il periodo delle oscillazioni è minimo. In tali condizioni, qual è il periodo delle oscillazioni?

Esercizio 5

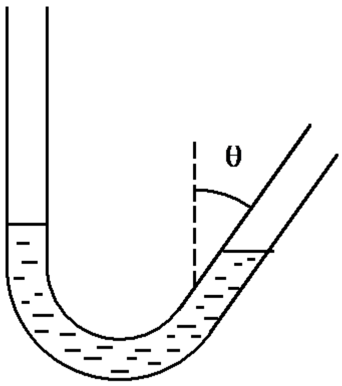


Trovare la frequenza delle piccole oscillazioni del sistema mostrato in figura. Il raggio della carrucola è R, il suo momento d'inerzia è I, la massa appesa è m e la costante elastica della molla vale k. Le masse del filo e della molla sono trascurabili, il filo non slitta sulla carrucola e non c'è attrito sull'asse della carrucola.

Esercizio 6

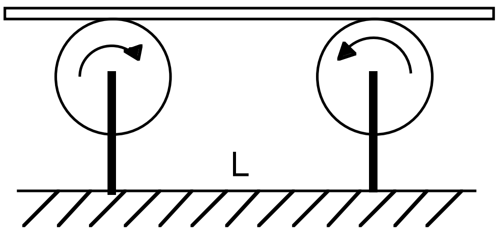
Trovare la pulsazione e l'ampiezza delle oscillazioni armoniche di un punto materiale se a distanza x_1 e x_2 dalla posizione di equilibrio la sua velocità vale rispettivamente v_1 e v_2.

Esercizio 7



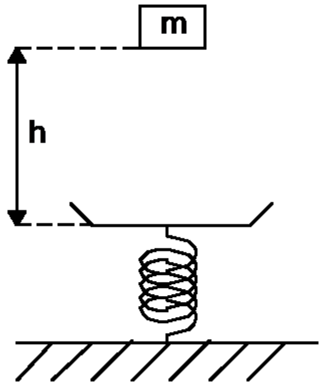
Determinare il periodo delle oscillazioni di una massa m=200g di mercurio (densità del mercurio = 13.5 volte quella dell'acqua) che si trova sul fondo di un tubo piegato, il cui ramo destro forma un angolo $\theta=30^0$ con la verticale. La sezione del tubo vale $S=0.5\ cm^2$.

Esercizio 8



Una sbarra uniforme viene appoggiata su due ruote che girano ad alta velocità in verso opposto, come mostrato in figura. Gli assi delle due ruote sono separati da una distanza L. Il coefficiente di attrito dinamico tra le ruote e la sbarra vale μ_D. Si chiede di dimostrare che in tali condizioni la sbarra può compiere delle oscillazioni armoniche nella direzione orizzontale. Si chiede inoltre di calcolare il periodo di tali oscillazioni.

Esercizio 9



Un corpo di massa m cade da un'altezza h sul piatto di una bilancia a molla. Le masse della molla e del piatto sono trascurabili, la costante elastica della molla vale k. Essendosi attaccato al piatto, sporco di marmellata, il corpo inizia ad oscillare in direzione verticale solidalmente con esso. Trovare l'ampiezza e l'energia di tali oscillazioni.

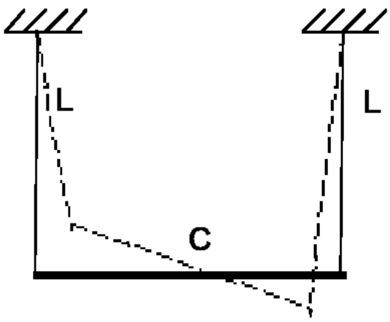
Esercizio 10

Una pallina di massa m è appesa tramite una corda lunga L, e di massa trascurabile, ad un punto fisso. All'inizio essa pende verticalmente ed è in quiete. Improvvisamente si leva il vento, che esercita una forza orizzontale costante **F** sulla pallina. Qual è la massima altezza H raggiunta dalla pallina? (Si misuri H rispetto alla posizione iniziale della pallina).

Esercizio 11

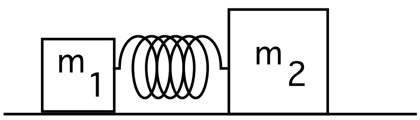
Un pendolo fisico è posizionato in modo che il suo centro di massa sia sulla verticale passante per il punto di sospensione, sopra quest'ultimo. Lasciato andare da tale posizione esso comincia a muoversi verso la sua posizione di equilibrio stabile, nella quale passa avendo acquisito una velocità angolare ω. Trovare il periodo T delle piccole oscillazioni del pendolo.

Esercizio 12



Una sbarra uniforme di massa m=1.5kg è sospesa ad un soffitto con due fili identici lunghi L=90cm legati alle estremità della sbarra. L'asta viene ruotata di un piccolo angolo intorno ad un asse verticale passante per il suo centro C, fino a che I fili deviano dalla verticale di un angolo α=5°. Quindi l'asta viene lasciata libera di muoversi ed inizia a compiere piccole oscillazioni. Trovare il periodo e l'energia di tali oscillazioni.

Esercizio 13



Due corpi di massa m_1=1kg ed m_2=2kg giacciono in quiete su di un piano senza attrito e sono connessi da una molla di costante elastica k=24N/m. Alla massa m_1 viene impressa una velocità v_1=12cm/s. Trovare la frequenza, l'ampiezza e l'energia di oscillazione del sistema.

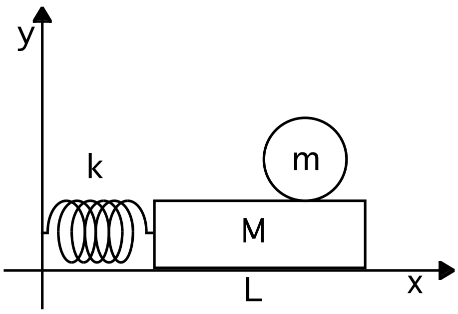
Esercizio 14

Si abbia una lastra massiccia a forma di triangolo equilatero di lato L. La lastra ha spessore sottile e densità uniforme. Essa è libera di ruotare intorno ad un asse orizzontale coincidente con uno dei suoi lati. Si è in presenza di gravità. Qual è il periodo delle piccole oscillazioni che può compiere la lastra?

Esercizio 15

Un pendolo semplice in laboratorio oscilla con periodo T. Quale sarà il periodo dello stesso pendolo se montato all'interno di un'automobile che sale con accelerazione a su una rampa inclinata di un angolo α rispetto all'orizzontale?

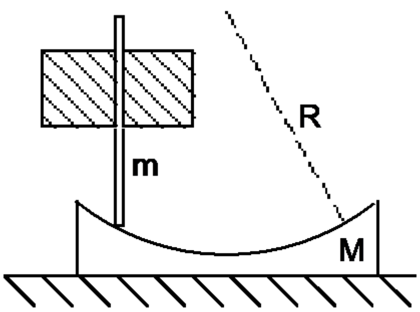
Esercizio 16



Una slitta parallelepipeda, di massa M e lunghezza L (nella direzione x) è appoggiata su un piano orizzontale sul quale può scorrere senza attrito. Essa è connessa ad un punto fisso tramite una molla che ha costante elastica k. Su questa slitta è appoggiata una sfera piena di massa m la quale può rotolare ma non strisciare rispetto alla slitta stessa.

a) Si scrivano le equazioni necessarie a risolvere il moto dei due corpi del sistema.
b) Si mostri che la slitta può compiere un moto armonico e se ne calcoli la pulsazione.
c) Si trovi la massima ampiezza delle oscillazioni della slitta che permette alla sfera di non cadere dalla slitta stessa.

Esercizio 17

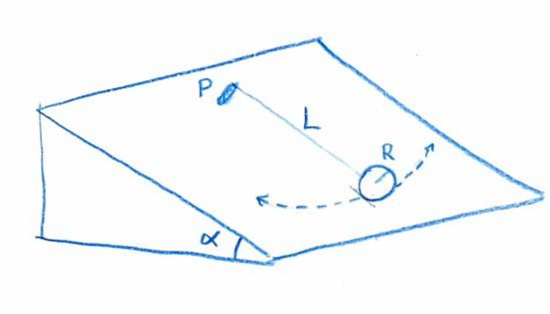


Una slitta di massa M è appoggiata su di un piano orizzontale, sul quale può liberamente scorrere senza attrito. La sua superficie superiore ha sezione circolare di raggio R. Su di essa poggia un'asta sottile di massa m, vincolata da una guida fissa (tratteggiata in figura) a scorrere solo in direzione verticale. Non c'è attrito né tra asta e guida né tra asta e slitta. L'area di contatto tra asta e slitta è praticamente puntiforme. Messo in moto il sistema, esso compie delle oscillazioni. Nel caso in cui queste oscillazioni siano piccole, se ne calcoli il periodo.

Esercizio 18

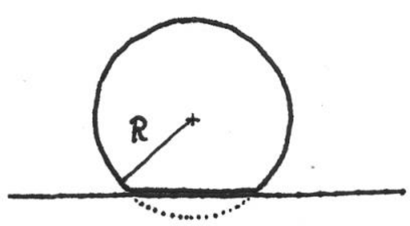
Una massa puntiforme m si muove sul piano xy sotto l'azione della forza $\mathbf{F} = -\alpha m\mathbf{r}$, dove α è una costante positiva ed $\mathbf{r}$ è il raggio vettore della massa m rispetto all'origine delle coordinate. Trovare e descrivere la traiettoria del moto della massa m, sapendo che all'istante iniziale $\mathbf{r} = r_0\mathbf{i}$ e la velocità $\mathbf{v} = v_0\mathbf{j}$, dove $\mathbf{i}$ e $\mathbf{j}$ sono i versori degli assi x ed y.

Esercizio 19



Si abbia un piano inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Su tale piano si trova un piolo P al quale è legata una corda sottile e leggera lunga L, la cui altra estremità è collegata ad una pallina piena di raggio R. La pallina può quindi compiere oscillazioni come un pendolo, con la differenza che la essa può solo rotolare sul piano, senza strisciare. Durante il moto la corda si mantiene tesa e parallela al piano, ed essa non ostacola in alcun modo le rotazioni della pallina. Il centro della pallina giace sempre sulla stessa retta della corda. Si determini il periodo delle piccole oscillazioni della pallina rispetto al punto di equilibrio stabile.

Esercizio 20



Una palla da basket di massa m, raggio R e gonfiata a pressione P_0 viene fatta rimbalzare sul pavimento. Si assuma che durante tutto l'urto la palla mantenga la sua forma sferica tranne la parte a contatto col suolo, che è appiattita.
L'urto è tale che la deformazione della palla è sempre piccola rispetto ad R e così breve che la forza di gravità si può trascurare. Per quanto tempo la palla sta a contatto col pavimento?

Esercizio 21

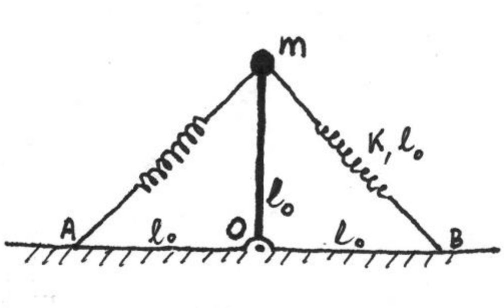
Si abbia una molecola biatomica, formata da 2 atomi uguali, ognuno di massa m. L'energia potenziale di legame della molecola può essere espressa tramite il potenziale di Lennard-Jones, che ha la forma:

$$U(r) = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}$$

dove r è la distanza tra i due atomi, mentre A e B sono due costanti positive. Si studi questa funzione, determinando:

1. La forza che agisce tra i due atomi in funzione di r;
2. La distanza di equilibrio tra i due atomi;
3. L'energia necessaria per dissociare la molecola, partendo dall'equilibrio;
4. La frequenza di vibrazione longitudinale della molecola.

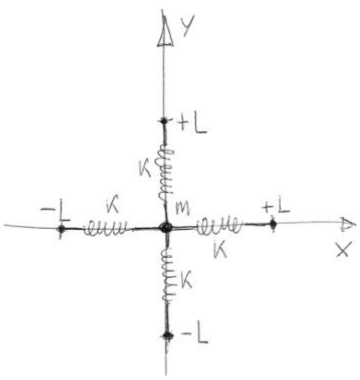
Esercizio 22



Un'asta leggera e sottile di lunghezza l_0 porta ad una estremità una massa puntiforme m ed è incernierata sull'asse O, rispetto al quale può ruotare senza attrito. La massa m è collegata tramite due molle di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0 ai punti A e B, i quali giacciono sullo stesso piano di O a distanza l_0 da esso. Si chiede di calcolare la pulsazione delle oscillazioni meccaniche del sistema. Non si consideri la forza di gravità. Se dovesse servire, si ricordi che per $x \ll 1$

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + O(x^3)$$

Esercizio 23



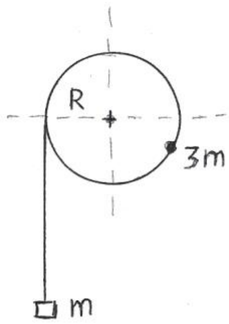
Si abbia una massa m puntiforme libera di scorrere senza attrito su un piano XY orizzontale e connessa da 4 molle di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla ai punti fissi X=±L e Y=±L.
Si sposti la massa m dall'origine fino ad un punto qualsiasi del piano, identificato dal suo vettore posizione **r**.

a) si calcoli in tale posizione la somma dei quadrati delle lunghezze delle molle;
b) si scriva l'energia potenziale del sistema;
c) si dimostri che l'origine degli assi è un punto di equilibrio stabile;
d) si dimostri che se m viene rilasciata da ferma in un punto qualsiasi del piano compie un moto armonico e se ne calcoli il periodo;
e) si dica se la massa m possa compiere un moto circolare uniforme sul piano ed eventualmente se ne determini il periodo.

Esercizio 24

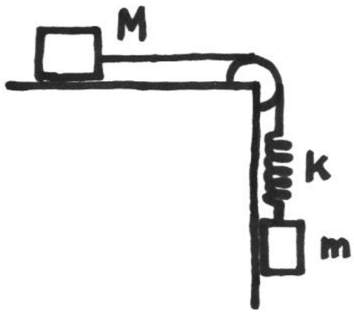
Legge di Stokes: una sfera di raggio R che si muova non troppo velocemente in un fluido avente coefficiente di viscosità dinamica η subisce una forza di resistenza $\mathbf{F}_V = -6\pi\eta R\mathbf{v}$, dove **v** è la velocità della sfera nel fluido.
Si appenda una pallina di raggio incognito e massa incognita ad una corda di lunghezza incognita che sia sospesa ad un punto fisso. Si tratta di un pendolo semplice.
Si sottoponga il suddetto pendolo all'aria prodotta da un ventilatore, la quale ha velocità V diretta orizzontalmente e viscosità dinamica incognita. Lasciato il sistema raggiungere l'equilibrio, si nota che il pendolo devia di 8° rispetto alla verticale.
Si spenga improvvisamente ed istantaneamente il ventilatore. Quanto tempo è necessario perché le oscillazioni del pendolo abbiano una ampiezza di 2°?

Esercizio 25



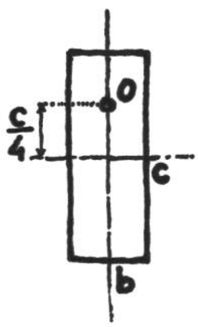
Una carrucola estremamente leggera di raggio R è libera di ruotare senza attrito intorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro. Una massa m è appesa ad una corda leggera ed inestensibile arrotolata intorno alla carrucola. Una massa puntiforme 3m è fissata alla periferia della carrucola stessa. Si chiede di identificare la posizione di eqilibrio stabile del sistema e di trovare il periodo delle piccole oscillazioni che il sistema può compiere.

Esercizio 26



Una massa M è appoggiata su un piano orizzontale e collegata tramite una corda sottile, che passa intorno ad una carrucola ultraleggera, ad una molla di costante elastica k. All'altra estremità della molla è appesa una massa m. Gli attriti sono trascurabili in tutto il sistema. Inizialmente le masse sono tenute ferme e la molla ha un allungamento nullo, dopodiché il tutto viene lasciato libero di muoversi. Calcolare l'allungamento della molla in funzione del tempo.

Esercizio 27



Una piastra rettangolare metallica piana di massa m ed avente lati b e c giace in un piano verticale ed è libera di ruotare su un asse ad essa perpendicolare che passa per il punto O. Essa viene spostata di un piccolo angolo θ_0 e lasciata andare.

a) Si scriva le legge oraria del moto.

b) Si scrivano in funzione del tempo le componenti orizzontale e verticale della forza esercitata dall'asse di rotazione sulla piastra.

Esercizio 28

Una particella di massa m si muove nel piano xy sotto l'azione di una forza che varia con la velocità: $\mathbf{F} = A\,(\mathbf{i}\,V_y - \mathbf{j}\,V_x)$, dove A è una costante positiva, **i** e **j** sono i versori degli assi x e y, V_x e V_y sono le componenti della velocità lungo gli assi x e y. All'istante iniziale t = 0 la particella si trova nell'origine e possiede una velocità V_0 diretta lungo **j**. Si calcolino le leggi del moto x(t) e y(t). Si trovi la traiettoria compiuta dalla particella.

Esercizio 29

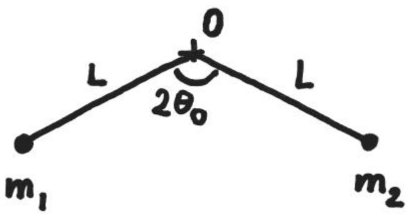
Un cilindro non omogeneo, di raggio R e lunghezza totale L, si trova immerso in acqua (densità ρ_0) ed all'istante t = 0 è istantaneamente fermo, con il proprio asse di simmetria inclinato di un angolo $\pi/30$ rispetto alla verticale. La metà superiore del cilindro (lunghezza L/2) ha densità ρ_1, e la metà inferiore densità $\rho_2 > \rho_1$. Si vuol sapere:

a) Qual è la distanza tra il centro geometrico del cilindro ed il centro di massa?
b) Qual è la distanza tra il centro geometrico del cilindro ed il centro di galleggiamento?
c) Qual è il momento d'inerzia del cilindro rispetto ad un asse perpendicolare a quello del cilindro e passante per il suo centro geometrico?
d) Qual è il momento d'inerzia del cilindro rispetto ad un asse perpendicolare a quello del cilindro e passante per il suo centro di massa?
e) Qual è l'accelerazione del centro di massa del cilindro per $t = 0^+$?
f) Qual è l'equazione di moto del cilindro nel sistema di riferimento del suo centro di massa per t > 0? (si trascuri la forza di resistenza dell'acqua)
g) Qual è il periodo delle piccole oscillazioni effettuate dal cilindro per t > 0 ?

Esercizio 30

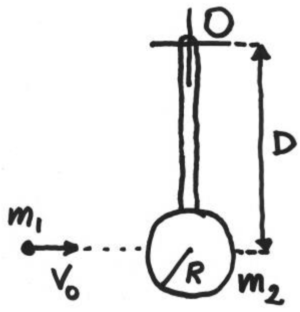
Una colonia di astronauti sulla Luna impegnati in studi geologici ha scavato un pozzo verticale partendo dal polo Nord ed arrivando al centro del satellite. La Luna è supposta solida e avente densità costante. Uno dei Fisici della missione lascia cadere un sassolino nel pozzo. Con quale velocità il sasso arriva al centro della Luna? Quanto tempo dura la caduta? La gravità sulla superficie della Luna vale 1/6 di quella terrestre, Il raggio della Luna vale 1740 Km.

Esercizio 31



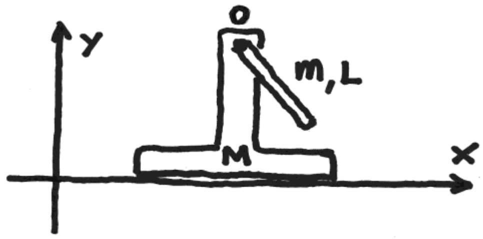
Si abbia una struttura rigida a forma di boomerang, formata da due aste molto leggere di lunghezza L saldate ad un angolo di $2\theta_0$ tra loro, alle cui estremità sono collegate due masse puntiformi m_1 ed m_2. La struttura è libera di ruotare senza attrito intorno ad un perno posto nel punto di sospensione O e si é in presenza di gravità. Si vuole conoscere il periodo delle piccole oscillazioni della struttura intorno alla sua posizione di equilibrio stabile.

Esercizio 32



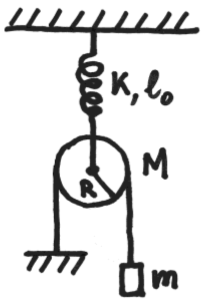
Si abbia un pendolo composto da un'asta rigida e molto leggera cui è connessa rigidamente una sfera di raggio R e massa m_2. Il pendolo può oscillare liberamente intorno al perno posto in O ed è in inizialmente fermo nella posizione di equilibrio stabile. Un proiettile di massa m_1 e velocità V_0 colpisce orizzontalmente la sfera e si conficca in essa fermandosi esattamente al centro. Si osserva che il pendolo dopo la collisione oscilla, ma discostandosi poco dalla verticale. Si chiede di calcolare l'ampiezza ed il periodo di oscillazione del pendolo.

Esercizio 33



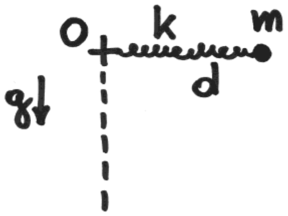
Un'asta rigida ed uniforme di massa m e lunghezza L è libera di ruotare intorno al perno O di un supporto che ha massa M, il quale è appoggiato su un piano ruvido. L'asta è imperniata alla sua estremità. Si fanno compiere all'asta delle oscillazioni libere, come pendolo fisico, di ampiezza $\theta_0 << 1$. Si vuole sapere qual è il minimo coefficiente di attrito statico per cui il supporto non scivola sul piano durante le oscillazioni dell'asta.

Esercizio 34



Nel sistema in figura non sono presenti forze dissipative e la carrucola ruota con la corda. La massa m è vincolata a muoversi in verticale. Scelto il sistema di riferimento (inerziale) si scriva l'equazione del moto per il centro della carrucola e se ne trovi la soluzione generale.

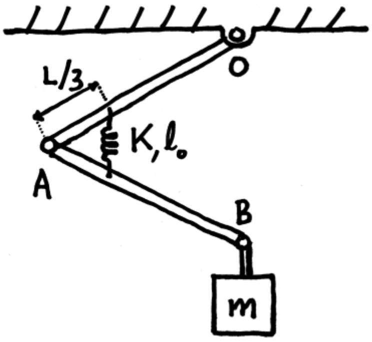
Esercizio 35



Una massa puntiforme m è collegata ad un punto fisso O tramite una molla ideale di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Siamo in presenza di gravità. La massa m viene spostata di una distanza d in orizzontale alla destra di O, e trattenuta ferma in questa posizione. In un certo istante essa viene lasciata libera di muoversi.

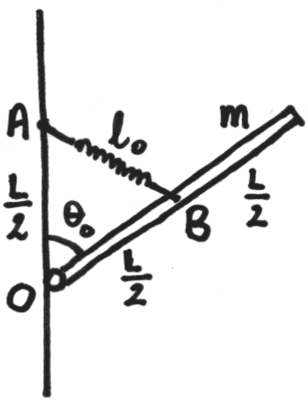
Si chiede di trovare il modulo della velocità di m quando questa passa per la prima volta in una posizione che sia esattamente in verticale al di sotto di O.

Esercizio 36



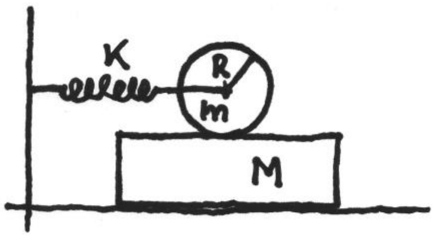
Una massa m è solidale al punto B di un sistema formato da due aste, ciascuna di lunghezza L e massa trascurabile. L'asta superiore è appesa al soffitto tramite il perno posto in O e l'asta inferiore è collegata a quella superiore tramite il perno posto in A. Entrambi i perni consentono la rotazione delle aste senza nessun attrito. Una molla di lunghezza a riposo l_0 e costante elastica K unisce due punti posti ad 1/3 della lunghezza delle aste (vedi figura). Per t=0 la massa m si trova sulla stessa verticale del punto O, la sua velocità verso l'alto è V_0 e la molla ha lunghezza pari a quella di riposo. V_0 non è sufficiente a far urtare tra loro il punto B ed il punto O. Detta z la distanza tra O e B si chiede di calcolare z in funzione del tempo. (Specificato a voce in aula: la massa m si muove solo in verticale)

Esercizio 37



Ad una parete verticale è incernierata senza attrito nel punto O un'asta rettilinea omogenea di lunghezza L e massa m. Tra il punto di mezzo B dell'asta ed il punto A, posto sulla parete a distanza L/2 sopra O, si trova tesa una molla ideale, di lunghezza a riposo l_0=L/4. In tale condizioni si osserva che l'asta rimane in equilibrio in una posizione per cui l'angolo θ_0 vale $\pi/3$.
Si vuole sapere la pulsazione delle piccole oscillazioni armoniche che la sbarra può compiere nelle vicinanze della posizione di equilibrio.

Esercizio 38



Su un piano orizzontale senza attrito si trova una slitta di massa M. Sulla slitta si trova un cilindro di raggio R e massa m il quale può solo rotolare senza strisciamento sulla slitta, ed il cui asse è connesso ad un punto fisso tramite una molla orizzontale di costante elastica k. Si mostri che il cilindro, se messo in moto, può compiere un moto armonico in direzione orizzontale e se ne calcoli la pulsazione.