

Esercizio 1

Supponiamo di avere un modello del sistema solare, nel quale TUTTE le lunghezze siano m volte più piccole (p. es. se $m = 2$ sarebbero ridotti a metà il raggio dell'orbita di ogni pianeta così come il raggio dei pianeti stessi e del sole). Rimangono invariate la forza di gravitazione universale e le densità di tutti i corpi.

Come cambierebbero i periodi di rivoluzione dei pianeti? Si possono supporre le orbite circolari, sebbene il risultato sia valido anche per orbite ellittiche.

Esercizio 2

Una cometa si trova a distanza estremamente grande dal sole. Essa si muove con una velocità di modulo V_0 e direzione coincidente con una retta che dista B dal centro del sole. Trovare la distanza minima dal centro del sole che tale cometa raggiungerà durante la sua traiettoria. Chiamare M_s la massa del sole.

Esercizio 3

Una stella doppia è un sistema di due stelle che ruotano intorno al centro di massa comune per la mutua forza di gravità. Trovare la distanza tra le due stelle se la massa totale del sistema è M ed il periodo di rotazione T . Si assumano orbite circolari.

Esercizio 4

Un asteroide di massa m si muove su un'orbita ellittica intorno al sole, il quale ha massa M_s . Le distanze massima e minima dal sole durante l'orbita valgono rispettivamente R_1 ed R_2 . Trovare il momento angolare \mathbf{L} dell'astroide rispetto al centro del sole.

Esercizio 5

Due sfere piene di rame, di raggi 10 mm e 20 mm, sono lasciate libere con velocità relativa nulla nello spazio interstellare vuoto, essendo i rispettivi centri a distanza 0,2 m. Trovare la velocità relativa con la quale esse collidono per effetto della mutua attrazione gravitazionale. La densità relativa del rame vale 8,9.

Esercizio 6

Si suppone che la Terra si sia formata a partire da infiniti frammenti di polvere cosmica, inizialmente molto lontani fra loro, che sono stati progressivamente catturati ed addensati per effetto della mutua attrazione gravitazionale. Supponendo che la densità della Terra sia costante (ed ignorandone per il momento la rotazione) si calcoli quanta energia meccanica è stata dissipata in questo processo.

Si calcolino anche l'energia meccanica di rotazione attualmente posseduta dalla Terra e la sua energia termica, determinata dal fatto che la sua temperatura media è di 4000K.

Si comparino queste energie e se ne tragga qualche conclusione.

Massa della Terra $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

Raggio della Terra $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Calore specifico della Terra $c = 0,5 \cdot 10^3 \text{ J/(Kg K)}$

Esercizio 7

Un piccolo innocente sassolino, infinitesimo residuo della maestosa nascita del sistema planetario che noi umilmente abitiamo, percorre un'orbita ellittica intorno all'onnipotente Sole, la cui massa vale M_s . Sia G la costante di gravitazione universale, secondo Newton. In un istante generico il sassolino, a distanza (in modulo) R_0 dal sole, ha una velocità (in modulo) V_0 . Quanto vale il semiasse maggiore della sua orbita?

Esercizio 8 - "Set the Controls for the Heart of the Sun"

Sei il pilota kamikaze di una astronave Klingon in missione suicida contro i perfidi terrestri, infatti hai a bordo una bomba ad antimateria oscura che se portata nel cuore del Sole, il quale ha massa M_s , innescherà una reazione a catena che lo trasformerà in supernova, spazzando via finalmente l'intero sistema solare. La tua astronave ha massa m , può ruotare nello spazio tramite un sistema di giroscopi ed ha un motore principale che, quando viene acceso, esercita una forza di spinta F sull'astronave.

L'astronave è parcheggiata in un'orbita ellittica intorno al sole quando arriva l'ordine dal comando Klingon di fare rotta verso il centro del sole non appena possibile. C'è un problema: battagliando contro i viscidì terrestri si sono fottuti i computer di bordo, hai solo carta, penna, una calcolatrice ed il navigatore sub-relativistico, il quale ti fornisce in ogni momento solo il tuo raggio vettore \mathbf{r} e la velocità vettoriale \mathbf{v} , entrambi calcolati rispetto al centro del Sole. C'è un problema ancora più grosso: il carburante è quasi a zero, quindi si può accendere il motore principale solo per pochi minuti.

Al fine di compiere la missione utilizzando la MINIMA quantità di carburante devi pensare, identificare una strategia e fare dei calcoli. Si chiede:

- a) quando accendi il motore principale?
- b) in quale direzione e verso orienti la forza \mathbf{F} ?
- c) per quanto tempo deve stare acceso il motore?
- d)

Esercizio 9

Siete sul pianeta Cha'Xirrac, il quale ha massa M , raggio R e non ruota su se stesso. Il clima è prevalentemente desertico e i bombardamenti di comete sono frequenti, per cui decidete di andarvene. L'astronave ha massa m , un motore principale che esercita una spinta costante F e purtroppo, come al solito, poco carburante oltre al computer di bordo rotto. La migliore strategia possibile è puntare il naso dell'astronave esattamente in verticale e accendere il motore fino a sfuggire all'attrazione gravitazionale del pianeta. Se però il carburante finisse troppo presto ricadreste sul pianeta con conseguenze letali, quindi dovete calcolare in anticipo qual è il minimo tempo per cui il motore deve stare acceso.

P.S. – Vi conviene calcolare dapprima fino a che distanza dal centro del pianeta il motore deve stare acceso.

P.P.S. – Troverete la soluzione sotto forma di integrale che non sapete fare, ma l'importante è che sia impostato correttamente. Poi magari delle tavole di integrali o un bravo matematico in qualche ripostiglio dell'astronave si possono trovare.

Esercizio 10



Siamo nel 2960 e con grande gioia dei terrapiattisti viene scoperto ed esplorato un pianeta piatto in un remoto sistema planetario della galassia NGC 147. Il pianeta è effettivamente un disco sottilissimo e per combinazione ha la stessa massa della terra. L'altra cosa strana è che al centro O del pianeta, e per altezze h molto ma molto minori del raggio del pianeta, l'accelerazione di gravità è uniforme (cioè non dipende da h) e è pari proprio a g come sulla terra. Conosciuto il raggio della terra R_T , quanto vale il raggio del pianeta piatto?

Esercizio 11

Si sta esaminando un pianeta appena scoperto dall'astronave Enterprise della Federazione Galattica. Buone notizie: Il pianeta ha simmetria sferica e quindi forma sferica, ed ha raggio R . Se ne conosce anche facilmente la massa totale, che vale M . Il pianeta è totalmente composto di gas. Altre notizie: Il gas è complicato, non gli si può applicare l'equazione di stato dei gas perfetti. All'interno (e, per continuità, anche alla superficie) del pianeta, la forza di gravità che esso esercita su una piccola massa di prova m ha ovunque lo stesso modulo. Ovviamente, la forza è diretta verso il centro del pianeta.

Si trovi la densità di massa del pianeta in funzione della distanza dal centro.