PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 16 luglio 2025

ESERCIZIO 1 Una giunzione pn a drogaggio simmetrico, base p lunga, $W_n = 5$ μm (corta), $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, viene caratterizzata misurando una curva CV (capacità differenziale in funzione della tensione di bias applicata). Si è ottenuto $C(-5\text{V}) = 61.07$ μF/m^2, $C(-10\text{V}) = 44.50$ μF/m^2.

1) Si determini l'espressione analitica di $1/C^2$ in funzione di V, per $V < 0$.[3]

2) Si determini l'espressione numerica, usando i dati delle misure CV. Si determini poi la differenza di potenziale di contatto e i drogaggi della giunzione.[5]

3) Si determini la capacità differenziale per $V = 0.50$ V, trascurando la carica iniettata nella base corta.[2]

ESERCIZIO 2 Un transistore n-MOS polysilicon gate con $W = L = 6$ μm, è fabbricato su un substrato $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 20$ nm. La mobilità degli elettroni nel canale risulta $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, mentre nel bulk è $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\tau_n = 1$ μs. È stata misurata la tensione di soglia, che è risultata pari a 1 V. Viene applicata una tensione $V_{GS} = 4$ V.

1) Il source è cortocircuitato con il substrato. Determinare la carica parassita nell'ossido, la carica mobile nel canale e la corrente I_{DS} per $V_{DS} = -0.6$ V (negativa). Si consideri il canale in regime lineare, e la giunzione Drain substrato che ha un'area pari a 100 μm^2. [3]

2) La tensione V_{SB} viene portata a 4 V, $V_{GS} = 4$ V e $V_{DS} = -0.6$ V come nel punto precedente. Determinare la nuova tensione di soglia e la corrente I_{DS}. (Attenzione! Non cambia solo la tensione di soglia). [4]

3) La tensione V_{DS} viene portata a -2 V (V_{SB} e V_{GS} del punto 2). Determinare la carica mobile per $y = 0$ (in prossimità del Source) e per $y = L$ (in prossimità del Drain). [3]

ESERCIZIO 3 Un pezzo di silicio è drogato con atomi donatori (fosforo). Il livello energetico degli atomi donatori si trova 45 meV sotto il bottom della banda di conduzione. La concentrazione di portatori è stata misurata a 50 K, ed e' risultata $n = 2 \times 10^{15}$ cm^{-3}.

1) Determinare la concentrazione di lacune a 50 K, dimostrando che è molto piccola, e la posizione del livello di Fermi, dimostranto che è molto vicino al livello dei donatori.[3]

2) Determinare la concentrazione di atomi donatori N_D (si assuma il livello di Fermi coincidente con il livello dei donatori).[3]

3) Determinare la concentrazione di elettroni (in banda di conduzione) e di lacune a 680 K, nonché la posizione del livello di Fermi, confrontandola con quella che si avrebbe a temperatura ambiente. [4]

NOTA: si usi $E_G = 1.08$ eV.

ESERCIZIO 1

Una giunzione pn a drogaggio simmetrico, base p lunga, $W_n = 5\ \mu$m (corta), $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, viene caratterizzata misurando una curva CV (capacità differenziale in funzione della tensione di bias applicata). Si è ottenuto $C(-5\text{V}) = 61.07\ \mu\text{F/m}^2$, $C(-10\text{V}) = 44.50\ \mu\text{F/m}^2$.

1) Si determini l'espressione analitica di $1/C^2$ in funzione di V, per $V < 0$.[3]

2) Si determini l'espressione numerica, usando i dati delle misure CV. Si determini poi la differenza di potenziale di contatto e i drogaggi della giunzione.[5]

3) Si determini la capacità differenziale per $V = 0.50$ V, trascurando la carica iniettata nella base corta.[2]

SOLUZIONE 1

1) Per $V < 0$ la capacità differenziale è quella della regione di svuotamento, quindi avremo (drogaggio simmetrico, quindi $N_A = N_D = N$, e $V < 0$):

$$
\begin{aligned}
C_W &= \frac{\epsilon_s}{\sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)(V_0-V)}} \\
C_W &= \frac{\epsilon_s}{\sqrt{\frac{4\epsilon_s}{qN}(V_0-V)}} \\
\frac{1}{C^2} &= \frac{4}{\epsilon_s qN}(V_0-V) \\
\frac{1}{C^2} &= \frac{4}{\epsilon_s qN}(V_0+\mid V\mid)
\end{aligned}
$$

2) La curva che lega $1/C^2$ e V è una retta, i cui parametri possono essere determinati dati due punti. Indicando con $y = 1/C^2$ avremo:

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= \frac{y_2-y_1}{V_2-V_1}(V-V_1) \\
y_1 &= \frac{1}{C^2(-5\ \text{V})} = 268 \times 10^6 \\
y_2 &= \frac{1}{C^2(-10\ \text{V})} = 504 \times 10^6
\end{aligned}
$$

Svolgendo i conti, e sostituendo $y = 1/C^2$, avremo:

$$
\frac{1}{C^2} = -47.37 \times 10^6\ V + 31.27 \times 10^6 \tag{1}
$$

Quindi avremo, dall'espressione nel punto 1:

$$
\begin{aligned}
-47.37 \times 10^6 &= \frac{4}{\epsilon_s qN} \\
N &= N_A = N_D = 5 \times 10^{21}\ \ \text{m}^{-3} \\
V_0 &= \frac{31.27 \times 10^6}{47.37 \times 10^6} = 0.66\ \ \text{V}
\end{aligned}
$$

È immediato verificare che il valore di V_0 è compatibile con $N_D = N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}.

3) Basta calcolare C_W e C_{diff}, dovuta alla sola iniezione di elettroni nella parte p.

$$
\begin{aligned}
C_W &= \frac{\epsilon_s}{\sqrt{\frac{4\epsilon_s}{qN}\left(V_0 - V\right)}} = 363 \quad \mu\text{F/m}^2 \\
Q &= q\frac{n_i^2}{N_A} L_n e^{\frac{V}{V_T}} \\
C_{diff} &= \frac{dQ}{dV} = q\frac{n_i^2}{N_A}\frac{L_n}{V_T} e^{\frac{V}{V_T}} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \quad \mu\text{m} \\
C_{diff} &= 3.56 \quad \text{mF/m}^2
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS polysilicon gate con $W = L = 6$ μm, è fabbricato su un substrato $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 20$ nm. La mobilità degli elettroni nel canale risulta $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, mentre nel bulk è $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\tau_n = 1$ μs. È stata misurata la tensione di soglia, che è risultata pari a 1 V. Viene applicata una tensione $V_{GS} = 4$ V.

1) Il source è cortocircuitato con il substrato. Determinare la carica parassita nell'ossido, la carica mobile nel canale e la corrente I_{DS} per $V_{DS} = -0.6$ V (negativa). Si consideri il canale in regime lineare, e la giunzione Drain substrato che ha un'area pari a 100 μm^2. [3]

2) La tensione V_{SB} viene portata a 4 V, $V_{GS} = 4$ V e $V_{DS} = -0.6$ V come nel punto precedente. Determinare la nuova tensione di soglia e la corrente I_{DS}. (Attenzione! Non cambia solo la tensione di soglia). [4]

3) La tensione V_{DS} viene portata a -2 V (V_{SB} e V_{GS} del punto 2). Determinare la carica mobile per $y = 0$ (in prossimità del Source) e per $y = L$ (in prossimità del Drain). [3]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia come se non ci fosse carica nell'ossido:

$$
\begin{aligned}
\psi_B &= \frac{kT}{q}\ln\frac{N_A}{n_i} = 0.347 \quad \text{V} \\
\Phi_{MS} &= -\frac{E_G}{2q} + \psi_B = 0.887 \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.726 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.087 \quad \text{V}
\end{aligned}
$$

Quindi la carica nell'ossido si calcola come:

$$\begin{aligned}
V_{TH} &= V_{TH\ senza\ carica} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\
Q_{ox} &= C_{ox}(V_{TH} - V_{TH\ senza\ carica}) = 1.57 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{C/m^2}
\end{aligned}$$

La I_{DS} ha due componenti: la corrente nel canale, da calcolare nel modo usuale considerando la carica costante nel canale, e la corrente del diodo n^+p Drain-substrato, che è polarizzato in diretta con $V_{DB} = V_{DS} = -0.6$ S $V_{BD} = 0.6$ V. Per la corrente del diodo (negativa da Drain a Source - Substrato) dobbiamo usare la mobilità del bulk.

$$\begin{aligned}
I_{DS\ can} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{TH})V_{DS} = -248 \ \ \mu\mathrm{A} \\
I_{DS\ diodo} &= -I_{SB} = -qS \frac{n_i^2}{N_A} \frac{D_n}{L_n} \ e^{\frac{V_{BD}}{V_T}} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \ \ \mu\mathrm{m} \\
I_{DS\ diodo} &= -0.22 \ \ \mu\mathrm{A} \\
I_{DS} &= -248.2 \ \ \mu\mathrm{A}
\end{aligned}$$

La corrente del diodo è più piccola di quella del canale, comunque da verificare.

2) La tensione di soglia si modifica per l'effetto Body:

$$\begin{aligned}
V_{TH\ new} &= \frac{V_{TH} + \sqrt{2\epsilon_s q N_A (2\psi_B + V_{SB})}}{C_{ox}} - \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} \\
V_{TH} &= 1 + 0.729 - 0.280 = 1.449 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}$$

Quindi la V_{TH} si modifica di poco. In questo caso, però, la tensione V_{DB} risulta positiva, poiché avremo:

$$V_{DB} = V_{DS} + V_{SB} = -0.6 + 4 = 3.4 \ \ \mathrm{V} \tag{2}$$

Quindi adesso la giunzione Drain-substrato è polarizzata in inversa, e la conduzione avviene solo nel canale, come nel punto precedente. La corrente I_{DS} rimane comunque negativa.

$$I_{DS} = I_{DS\ can} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{TH})V_{DS} = -211 \ \ \mu\mathrm{A} \tag{3}$$

3) Le cariche fisse e mobili si calcolano nel modo usuale, facendo attenzione alla polarizzazione del Gate rispetto al Source e al Drain. Da notare in particolare che la polarizzazione del Drain rispetto al substrato rimane positiva (giunzione n^+p in inversa). Le cariche sono negative, si riporta il valore assoluto:

$$\begin{aligned}
Q_n(0) &= C_{ox}(V_{GS} - V_{TH}) = 2.68 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{C/m^2} \\
V_{GD} &= V_{GS} - V_{DS} = 4 - (-2) = 6 \ \ \mathrm{V} \\
Q_n(L) &= C_{ox}(V_{GD} - V_{TH}) = 7.85 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{C/m^2}
\end{aligned}$$

ESERCIZIO 3

Un pezzo di silicio è drogato con atomi donatori (fosforo). Il livello energetico degli atomi donatori si trova 45 meV sotto il bottom della banda di conduzione. La concentrazione di portatori è stata misurata a 50 K, ed e' risultata $n = 2 \times 10^{15}$ cm^{-3}.

1) Determinare la concentrazione di lacune a 50 K, dimostrando che è molto piccola, e la posizione del livello di Fermi, dimostranto che è molto vicino al livello dei donatori.[3]

2) Determinare la concentrazione di atomi donatori N_D (si assuma il livello di Fermi coincidente con il livello dei donatori).[3]

3) Determinare la concentrazione di elettroni (in banda di conduzione) e di lacune a 680 K, nonché la posizione del livello di Fermi, confrontandola con quella che si avrebbe a temperatura ambiente. [4]

NOTA: si usi $E_G = 1.08$ eV.

SOLUZIONE 3

1) Calcoliamo n_i a 50 K:

$$\begin{aligned}
N_C(50\text{ K}) &= N_C(300\text{ K})\left(\frac{50}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 1.9 \times 10^{18}\ \text{ cm}^{-3} \\
N_V(50\text{ K}) &= N_V(300\text{ K})\left(\frac{50}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 6.8 \times 10^{17}\ \text{ cm}^{-3} \\
n_i(50\text{ K}) &= \sqrt{N_C N_V}\ e^{-\frac{E_G}{2kT}} = 4 \times 10^{-37}\ \text{ cm}^{-3}
\end{aligned}$$

Quindi $p = n_i^2/n$ è trascurabile, e avremo che n coincide praticamente con la concentrazione di donatori ionizzati $n = N_D^+$, dove $N_D^+ < N_D$.
La posizione del livello di Fermi si trova con la relazione usuale:

$$\begin{aligned}
n &= N_C e^{-\frac{E_C - E_f}{kT}} \\
E_C - E_f &= kT \ln \frac{N_C}{n} = 0.030\ \text{ eV}
\end{aligned}$$

Quindi il livello di Fermi è molto vicino al livello dei donatori.

2) Usiamo la relazione:

$$\begin{aligned}
N_D^+ &= \frac{N_D}{1 + 2e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}} \\
N_D &= N_D^+\left(1 + 2e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}\right) \\
N_D &= N_D^+\left(1 + 2e^{\frac{E_f - E_C + E_C - E_D}{kT}}\right) \\
N_D &= N_D^+\left(1 + 2e^{\frac{E_C - E_D - (E_C - E_F)}{kT}}\right) = 6 \times 10^{15}\ \text{ cm}^{-3}
\end{aligned}$$

3) Bisogna calcolare n_i a 680 K:

$$N_C(680\text{ K}) = N_C(300\text{ K})\left(\frac{680}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 9.5 \times 10^{19}\ \text{ cm}^{-3}$$

$$
\begin{aligned}
N_V(680\ \mathrm{K}) &= N_V(300\ \mathrm{K})\left(\frac{680}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 3.4\times10^{19}\ \ \mathrm{cm}^{-3} \\
n_i(50\ \mathrm{K}) &= \sqrt{N_C N_V}\ e^{-\frac{E_G}{2kT}} = 5.6\times10^{15}\ \ \mathrm{cm}^{-3}
\end{aligned}
$$

Quindi $n_i \approx N_D$. Per calcolare n bisogna usare la relazione:

$$
n = \frac{N_D^+}{2} + \sqrt{\frac{N_D^{+2}}{4} + n_i^2} \tag{4}
$$

Data la temperatura, ben al di sopra di quella allo svuotamento, avremo $N_D^+ = N_D$, e quindi $n = 1.2\times10^{16}$ cm^{-3}. Dalla legge dell'azione di massa possiamo calcolarci la concentrazione di lacune $p = n_i^2/n = 2.6\times10^{15}$ cm^{-3}. La posizione del livello di Fermi si calcola con la relazione solita:

$$
\begin{aligned}
n &= N_C(680\ \mathrm{K})e^{-\frac{E_C-E_f}{kT}} \\
E_C - E_f &= kT\ln\frac{N_C}{n} = 0.525\ \ \mathrm{eV}
\end{aligned}
$$

Quindi è molto vicino alla metà del gap (livello di Fermi intrinseco): il semiconduttore è quasi intrinseco. A temperatura ambiente avremo infatti $n = N_D$:

$$
\begin{aligned}
n &= N_C(300\ \mathrm{K})e^{-\frac{E_C-E_f}{kT}} \\
E_C - E_f &= kT\ln\frac{N_C}{n} = 0.223\ \ \mathrm{eV}
\end{aligned}
$$

ben al di sopra del livello di Fermi intrinseco.