

PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 5 giugno 2025

ESERCIZIO 1 Un condensatore n -MOS ideale è fabbricato su un substrato $N_A = 10^{16}$ cm⁻³, $t_{ox} = 20$ nm. Viene applicato un gradino di tensione al gate: $V_{GB} = 0$ per $t < 0$, $V_{GB} = 5$ V per $t > 0$. Il MOS è raffreddato in maniera tale che i tempi di generazione-ricombinazione siano molto lunghi.

- 1) Determinare la carica fissa e mobile, nonché l'ampiezza della regione di svuotamento, per $t = 0^+$ e per $t \rightarrow \infty$. [3]
- 2) Si aspetta un tempo sufficiente a generare la metà della carica mobile a regime. Calcolare la carica fissa e mobile. [3]
- 3) Con riferimento al punto 2, dopo aver atteso il tempo (lungo) sufficiente a generare metà della carica mobile, si aggiunge alla V_{GB} un piccolo segnale sinusoidale $v_{GB} = V_M \cos(\omega t)$ di frequenza molto elevata, per misurare la capacità differenziale. Quanto vale? [4]

ESERCIZIO 2 Un transistor bipolare ($N_{DE} = 10^{17}$ cm⁻³, $N_{AB} = 10^{16}$ cm⁻³, $N_{DC} = 10^{16}$ cm⁻³, $S = 1$ mm², $\mu_n = 0.09$ m²/Vs, $\mu_p = 0.04$ m²/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $W_{met} = 4$ μm) è polarizzato con $V_{BE} = 0.6$ V e $V_{CB} = 5$ V. Si possono trascurare le regioni di svuotamento delle giunzioni polarizzate in diretta.

- 1) Determinare l'efficienza di emettitore, i parametri α_f e β_f , e le correnti ai terminali. [4]
La corrente di base, calcolata nel punto 1, viene mantenuta costante, mentre V_{CB} viene portata a 10 V.
- 2) Scrivere l'espressione analitica della I_B , considerando l'iniezione verso l'emettitore. [4]
- 3) Determinare V_{BE} . [2]

ESERCIZIO 3 Si consideri un transistor n -MOS polysilicon gate, con $N_A = 10^{16}$ cm⁻³, $\mu_n = 800$ cm²/Vs, $t_{ox} = 20$ nm, $L = W = 5$ μm. La tensione di soglia, con Source e substrato cortocircuitati, è risultata pari a 1 V. Il transistor viene polarizzato con $V_{GS} = 5$ V e $V_{DS} = 3.5$ V.

- 1) Determinare la carica nell'ossido all'interfaccia ossido-silicio, la corrente I_{DS} , nonché la carica mobile nel canale per $y = 0$ e per $y = L$. [3]
- 2) Il Source viene polarizzato rispetto al bulk con $V_{SB} = 15$ V (V_{GS} e V_{DS} vengono mantenute inalterate). Si determini la tensione del punto P di strozzamento, la lunghezza effettiva di canale, la corrente I_{DS} e la carica Q_n per $y = 0$ e per $y = L$. [4]
- 3) Si determini la tensione V_{SB} affinché il transistor sia polarizzato esattamente alla soglia della saturazione. [3]

ESERCIZIO 1 Un condensatore n -MOS ideale è fabbricato su un substrato $N_A = 10^{16}$ cm^{-3} , $t_{ox} = 20$ nm. Viene applicato un gradino di tensione al gate: $V_{GB} = 0$ per $t < 0$, $V_{GB} = 5$ V per $t > 0$. Il MOS è raffreddato in maniera tale che i tempi di generazione-ricombinazione siano molto lunghi.

- 1) Determinare la carica fissa e mobile, nonché l'ampiezza della regione di svuotamento, per $t = 0^+$ e per $t \rightarrow \infty$. [3]
- 2) Si aspetta un tempo sufficiente a generare la metà della carica mobile a regime. Calcolare la carica fissa e mobile. [3]
- 3) Con riferimento al punto 2, si aggiunge alla V_{GB} un piccolo segnale sinusoidale $v_{GB} = V_M \cos(\omega t)$ di frequenza molto elevata, per misurare la capacità differenziale. Quanto vale? [4]

SOLUZIONE 1

- 1) Calcoliamo la tensione di soglia:

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\ C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.726 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 0.974 \text{ V}\end{aligned}$$

Quindi $V_{GB} > V_{TH}$. Per $t = 0^+$ avremo che la carica mobile non si è ancora formata, quindi avremo:

$$V_{GB} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S$$

dove V_S è la caduta di tensione nel silicio, molto maggiore di $2\psi_B$, e $\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}$ è la carica fissa Q_W , negativa. Risolvendo l'equazione con $V_{GB} = 5$ V otteniamo $V_S = 4.30$ V, $Q_W = 1.2 \times 10^{-3}$ C/m². La regione di svuotamento (profonda) risulta $W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q N_A} V_S} = 0.752$ μm .

Per tempi molto lunghi avremo $V_S = 2\psi_B$, $Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 4.8 \times 10^{-4}$ C/m², $Q_n = C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) = 6.95 \times 10^{-3}$ C/m².

2) In questo caso avremo $Q_n = Q_n(t \rightarrow \infty)/2 = 3.47 \times 10^{-3}$ C/m². Bisogna ricalcolare V_S dall'equazione:

$$\begin{aligned}V_{GB} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S - \frac{Q_n}{C_{ox}} \\ \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A}}{C_{ox}} &= 0.3366\end{aligned}$$

$$5 = 0.3366\sqrt{V_S} + V_S + 2.013$$

si ottiene $V_S = 2.459$ V, e quindi $Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} = 0.528$. L'ampiezza della regione di svuotamento è dunque $W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q N_A} V_S} = 0.569$ μm .

3) La capacità differenziale ad alta frequenza è data dalla capacità dell'ossido in serie alla capacità della regione di svuotamento, dato che Q_n non ha tempo sufficiente a modificarsi.

Avremo:

$$C_{Si} = \frac{\epsilon_{Si}}{W(V_S)} = 1.85 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2$$

$$C_{tot} = \frac{C_{Si}C_{ox}}{C_{Si} + C_{ox}} = 1.67 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2$$

ESERCIZIO 2 Un transistor bipolare ($N_{DE} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_{AB} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_{DC} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $S=1 \text{ mm}^2$, $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$, $W_{met} = 4 \text{ }\mu\text{m}$) è polarizzato con $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$ e $V_{CB} = 5 \text{ V}$. Si possono trascurare le regioni di svuotamento delle giunzioni polarizzate in diretta.

- 1) Determinare l'efficienza di emettitore, i parametri α_f e β_f , e le correnti ai terminali. [4]
La corrente di base, calcolata nel punto 1, viene mantenuta costante, mentre V_{CB} viene portata a 10 V.
- 2) Scrivere l'espressione analitica della I_B , considerando l'iniezione verso l'emettitore. [4]
- 3) Determinare V_{BE} . [2]

SOLUZIONE 2

1) Determiniamo la lunghezza effettiva di base:

$$V_{0CB} = V_T \ln \frac{N_{AB}N_{DC}}{n_i^2} = 0.693 \text{ V}$$

$$W_{CB} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right) (V_{0CB} + V_{BC})} = 1.22 \text{ }\mu\text{m}$$

$$x_{pCB} = 0.61 \text{ }\mu\text{m}$$

$$W = 4.061 = 3.39 \text{ }\mu\text{m}$$

Poiché il collettore è polarizzato in inversa rispetto alla base, la corrente di emettitore è la somma dell'iniezione nella base corta e dell'iniezione della base verso l'emettitore. Quindi avremo:

$$I_E = qS \left(\frac{n_i^2}{N_{DE}} \frac{D_p}{L_p} + \frac{n_i^2}{N_{AB}} \frac{D_n}{W} \right) \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \text{ }\mu\text{m}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.326 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 48.23 \text{ }\mu\text{m}$$

$$I_E = 29.89 \text{ mA}$$

Calcoliamo gli altri parametri, sarà poi immediato calcolare le correnti di base e di collettore:

$$\begin{aligned}\gamma_E &= \frac{\frac{n_i^2}{N_{AB}} \frac{D_n}{W}}{\frac{n_i^2}{N_{DE}} \frac{D_p}{L_p} + \frac{n_i^2}{N_{AB}} \frac{D_n}{W}} = 0.9953 \\ \alpha_t &= \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.9975358 \\ \alpha_f &= \gamma_E \alpha_t = 0.9928 \\ I_C &= \alpha_f I_E = 29.68 \text{ mA} \\ \beta_f &= \frac{\alpha_f}{1 - \alpha_f} = 138 \\ I_B &= \frac{I_C}{\beta_f} = 0.21 \text{ mA}\end{aligned}$$

2) L'espressione analitica della I_B comprende la parte di ricombinazione in base, che si può esprimere con il modello a controllo di carica, e la componente verso l'emettitore:

$$\begin{aligned}I_B &= \frac{Q}{\tau_n} + qS \frac{n_i^2}{N_{DE}} \frac{D_p}{L_p} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \\ Q &= qS \delta n(0) \frac{W}{2\tau_n} \\ Q &= qS \frac{n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \frac{W}{2} \\ I_B &= qS \left(\frac{n_i^2}{N_{AB}} \frac{W}{2\tau_n} + \frac{n_i^2}{N_{DE}} \frac{D_p}{L_p} \right) e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}\end{aligned}$$

3) Si ricalcola W con $V_{BC} = 10 \text{ V}$ e poi si usa la formula ricavata nel punto 2 per determinare V_{BE} , data la corrente I_B .

$$\begin{aligned}W_{BC}(10 \text{ V}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right) (V_{0CB} + V_{BC})} = 1.67 \text{ } \mu\text{m} \\ x_{pCB} &= 0.835 \text{ } \mu\text{m} \\ W &= 4.061 = 3.165 \text{ } \mu\text{m}\end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned}I_B &= 1.73 \times 10^{-14} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \\ V_{BE} &= V_T \ln \frac{I_B}{1.22 \times 10^{-13}} = 0.6002 \text{ V}\end{aligned}$$

Come potevamo aspettarci, V_{BE} è aumentata di pochissimo rispetto al punto precedente.

ESERCIZIO 3 Si consideri un transistor n -MOS polysilicon gate, con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $t_{ox} = 20 \text{ nm}$, $L = W = 5 \text{ } \mu\text{m}$. La tensione di soglia, con Source e

substrato cortocircuitati, è risultata pari a 1 V. Il transistoro viene polarizzato con $V_{GS} = 5$ V e $V_{DS} = 3.5$ V.

1) Determinare la carica nell'ossido all'interfaccia ossido-silicio, la corrente I_{DS} , nonché la carica mobile nel canale per $y = 0$ e per $y = L$. [3]

2) Il Source viene polarizzato rispetto al bulk con $V_{SB} = 15$ V (V_{GS} e V_{DS} vengono mantenute inalterate). Si determini la tensione del punto P di strozzamento, la lunghezza effettiva di canale, la corrente I_{DS} e la carica Q_n per $y = 0$ e per $y = L$. [4]

3) Si determini la tensione V_{SB} affinché il transistoro sia polarizzato esattamente alla soglia della saturazione. [3]

SOLUZIONE 3

1) Calcoliamo la tensione di soglia, senza carica nell'ossido:

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\ C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.726 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ \phi_{MS} &= -\left(\frac{E_g}{2q} + \psi_B\right) = -0.887 \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \phi_{MS} = 0.974 = 0.087 \text{ V}\end{aligned}$$

Poiché la tensione di soglia è risultata pari a $V_{TH} = 1$ V, la carica nell'ossido è negativa, e pari a:

$$\begin{aligned}V_{TH} &= 0.087 - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\ Q_{ox} &= -C_{ox}(V_{TH} - 0.087) = -1.57 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2\end{aligned}$$

Il transistoro si trova in zona triodo, essendo $V_{DS} < V_{GS} - V_{TH} = 4$ V. Quindi:

$$\begin{aligned}I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{TH})V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] = 0.24 \text{ mA} \\ Q_n(0) &= -C_{ox}(V_{GS} - V_{TH}) = -6.904 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2 \\ Q_n(L) &= -C_{ox}(V_{GD} - V_{TH}) = -C_{ox}(V_{GS} - V_{DS} - V_{TH}) = -8.63 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2\end{aligned}$$

2) Se il Source viene polarizzato rispetto al substrato la tensione di soglia (riferita al Source) diventa:

$$\begin{aligned}V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A (2\psi_B + V_{SB})}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\ V_{TH} &= V_{TH \text{ precedente}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A (2\psi_B + V_{SB})}}{C_{ox}} - \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} = 2.05 \text{ V}\end{aligned}$$

Quindi adesso il MOS risulta in saturazione con $V_{DS} > V_{GS} - V_{TH} = 2.95$ V. Il canale è strozzato, quindi $V_{PS} = V_{DS \text{ sat}} = 2.95$ V e $V_{DP} = 0.55$ V. La lunghezza effettiva di canale risulta dunque:

$$\begin{aligned}
 V_0 &= -\phi_{MS} = 0.887 \text{ V} \\
 W_{DP} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_0 + V_{DP})} = 0.12 \text{ } \mu\text{m} \\
 L_{eff} &= L - W_{DP} = 5 - 0.12 = 4.88 \text{ } \mu\text{m} \\
 I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2} \frac{W}{L_{eff}} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 0.61 \text{ mA} \\
 Q_n(0) &= -C_{ox}(V_{GS} - V_{TH}) = -5.09 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2 \\
 Q_n(L) &= 0
 \end{aligned}$$

3) Basta calcolare V_{SB} affinché $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH}$, quindi $V_{TH} = V_{GS} - V_{DS} = 1.5$ V. Quindi:

$$\begin{aligned}
 V_{TH} - V_{TH \text{ precedente}} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A (2\psi_B + V_{SB})}}{C_{ox}} - \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} = 0.5 \text{ V} \\
 \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A (2\psi_B + V_{SB})}}{C_{ox}} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 0.5 \\
 \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A (2\psi_B + V_{SB})}}{C_{ox}} &= 0.7804 \\
 V_{SB} &= (0.7804)^2 \frac{C_{ox}}{2\epsilon_s q N_A} - 2\psi_b = 4.68 \text{ V}
 \end{aligned}$$