

PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 10 giugno 2026

ESERCIZIO 1

Un transistor n -MOS ha il gate in polisilicio, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$; $W = 1 \text{ }\mu\text{m}$, $L = 100 \text{ nm}$; campo elettrico critico $\mathcal{E}_C = 10^6 \text{ V/m}$. Viene polarizzato con $V_{GS} = 3 \text{ V}$.

- 1) Dare una stima della tensione V_{DS} e della corrente I_{DS} di saturazione;[3]
- 2) determinare il tempo di transito nel canale in saturazione, nonché la sua relazione con la velocità di saturazione;[4]
- 3) determinare le capacità differenziali C_{GS} e C_{GD} . [3]

ESERCIZIO 2

In un condensatore n -MOS polysilicon gate con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, si introduce un sottile strato di stati accettori nell'ossido, in prossimità dell'interfaccia ossido-silicio.

- 1) Si determini la concentrazione per unità di superficie di questi stati accettori affinché, una volta caricati, la tensione V_{TH} risulti di 2.5 V . [3]
- 2) Nel caso di stati accettori carichi, si calcoli e si disegni l'andamento del campo elettrico nel silicio e nell'ossido alla soglia dell'inversione.[3]
- A $t = 0$ si applica un gradino alla tensione di gate V_{GB} di ampiezza 5 V .
- 3) Si determinino le cariche fisse e mobili nel silicio per $t = 0^+$ e per $t = +\infty$. Si considerino i due casi di stati accettori carichi e scarichi. [4]

ESERCIZIO 3

Un transistor bipolare n^+pn è polarizzato con $V_{CE} = 10 \text{ V}$ e $I_B = 10 \text{ }\mu\text{A}$. Il transistor è caratterizzato da $N_{AB} = N_{DC} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $S = 1 \text{ mm}^2$. $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $W_{met} = 4 \text{ }\mu\text{m}$. Si consideri trascurabile l'effetto della tensione V_{BE} per il calcolo della regione di svuotamento base-collettore, per la quale si può assumere $V_{CB} \approx V_{CE}$.

- 1) Si calcoli I_C ed il valore esatto di V_{BE} , verificando che la regione di svuotamento base-collettore dipende molto poco da V_{BE} . [4]
- 2) La tensione V_{CE} viene portata a 15 V . Si calcolino i nuovi valori di I_C e V_{BE} . [4]
- 3) Si determini la resistenza differenziale di uscita ad emettitore comune del transistor in zona attiva diretta. [2]

ESERCIZIO 1

Un transistor n -MOS ha il gate in polisilicio, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$; $W = 1 \text{ }\mu\text{m}$, $L = 100 \text{ nm}$; campo elettrico critico $\mathcal{E}_C = 10^6 \text{ V/m}$. Viene polarizzato con $V_{GS} = 3 \text{ V}$.

- 1) Dare una stima della tensione V_{DS} e della corrente I_{DS} di saturazione;[3]
- 2) determinare il tempo di transito nel canale in saturazione, nonché la sua relazione con la velocità di saturazione;[4]
- 3) determinare le capacità differenziali C_{GS} e C_{GD} . [3]

SOLUZIONE 1

- 1) Calcoliamo anzitutto la tensione di soglia, con la procedura standard:

$$\begin{aligned} C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.151 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ \psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\ \phi_{MS} &= -\frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.887 \text{ V} \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \phi_{MS} = 0.23 \text{ V} \end{aligned}$$

La saturazione, visto il canale molto corto, è presumibilmente dovuta alla saturazione della velocità di drift. Infatti per tensione $V_{DS} = L\mathcal{E}_C = 0.1 \text{ V}$ si raggiunge il campo elettrico critico. Quindi $V_{DS \text{ sat}} \simeq 0.1 \text{ V}$: il transistor raggiunge la saturazione della velocità di drift quando è ancora in zona lineare. Quindi possiamo calcolare la $I_{DS \text{ sat}}$:

$$I_{DS \text{ sat}} = \mu_n \mathcal{E}_C W C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) = 0.26 \text{ mA} \quad (1)$$

- 2) Il tempo di transito si ottiene come:

$$\begin{aligned} I_{DS \text{ sat}} &= \frac{Q}{\tau_t} \\ \tau_t &= \frac{Q}{I_{DS \text{ sat}}} \end{aligned}$$

La carica nel canale è quella della zona lineare, poiché la tensione $V(y)$ è molto piccola. Quindi:

$$\begin{aligned} Q &= W L C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \\ I_{DS \text{ sat}} &= \mu_n \mathcal{E}_C W C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \\ \tau_t &= \frac{Q}{I_{DS \text{ sat}}} = \frac{W L C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})}{\mu_n \mathcal{E}_C W C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})} \\ \tau_t &= \frac{L}{\mu_n \mathcal{E}_C} \end{aligned}$$

Oververossia $\tau_t = L/v_{sat.drift}$, poiché $\mu_n \mathcal{E}_C$ è proprio la velocità di drift di saturazione.

3) Poiché il transistor, per quanto riguarda la carica nel canale, è in zona lineare, le capacità differenziali sono pari a $C_{ox}/2$:

$$C_{GS} = C_{GD} = \frac{C_{ox}}{2}WL = 5.75 \times 10^{-17} \text{ F} \quad (2)$$

ESERCIZIO 2

In un condensatore n -MOS polysilicon gate con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, si introduce un sottile strato di stati accettori nell'ossido, in prossimità dell'interfaccia ossido-silicio.

1) Si determini la concentrazione per unità di superficie di questi stati accettori affinché, una volta caricati, la tensione V_{TH} risulti di 2.5 V. [3]

2) Nel caso di stati accettori carichi, si calcoli e si disegni l'andamento del campo elettrico nel silicio e nell'ossido alla soglia dell'inversione.[3]

A $t = 0$ si applica un gradino alla tensione di gate V_{GB} di ampiezza 5 V.

3) Si determinino le cariche fisse e mobili nel silicio per $t = 0^+$ e per $t = +\infty$. Si considerino i due casi di stati accettori carichi e scarichi. [4]

SOLUZIONE 2

1) Se non ci fossero gli stati interfacciali, la tensione di soglia V_{TH} sarebbe (vedi esercizio 1):

$$\begin{aligned} C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.151 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ \psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\ \phi_{MS} &= -\frac{E_g}{2q} - \psi_B = -0.887 \text{ V} \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \phi_{MS} = 0.23 \text{ V} \end{aligned}$$

Per arrivare a 2.5 V bisogna avere:

$$\begin{aligned} V_{TH \text{ stati carichi}} &= V_{TH} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\ -Q_{ox} &= C_{ox} (V_{TH \text{ stati carichi}} - V_{TH}) = 2.61 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2 \\ N_{stati \text{ accettori}} &= \frac{Q_{ox}}{q} = 1.63 \times 10^{16} \text{ m}^{-2} \end{aligned}$$

Dove nell'ultima espressione Q_{ox} è da intendersi in valore assoluto, gli stati interfacciali sono accettori e quindi quando sono occupati sono carichi negativamente.

2) Il campo elettrico nel silicio, alla soglia dell'inversione, è quello standard e non è alterato dagli stati interfacciali. Ha quindi un andamento lineare dalla superficie, dove vale:

$$\mathcal{E}(0^+) = \mathcal{E}_{Si} = \frac{Q_{Si}}{\epsilon_{Si}} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_s} = 4.6 \text{ MV/m} \quad (3)$$

Diventa zero in $W(2\psi_B)$:

$$W(2\psi_B) = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q N_A} 2\psi_B} = 0.302 \text{ } \mu\text{m} \quad (4)$$

Nell'ossido il campo elettrico ha una variazione all'interfaccia ossido-silicio, in cui vale (le cariche sono negative, quindi nelle espressioni seguenti sono da intendersi in valore assoluto):

$$\mathcal{E}(0^-) = \mathcal{E}_{ox} = \frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}} + \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} \quad (5)$$

dove Q_{ox} è la carica (negativa, da prendere in valore assoluto) dovuta agli accettori ionizzati in prossimità dell'interfaccia. Eseguendo i conti avremo:

$$\mathcal{E}_{ox} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{ox}} + \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} = 75.6 \text{ MV/m} \quad (6)$$

Il campo elettrico rimane poi costante in tutto l'ossido:

$$\mathcal{E}(t_{ox}) = \mathcal{E}(0^-) = 75.6 \text{ MV/m} \quad (7)$$

3) Per $t = 0^+$ le cariche mobili sono 0, quindi $Q_n(0^+) = 0$ sia nel caso di stati scarichi che nel caso di stati carichi. Quello che cambia con e senza stati è $Q_W(0^+)$:

$$V_{GS} = \frac{Q_W(0^+)}{C_{ox}} + V_S + \Phi_{MS} \quad (8)$$

con stati liberi (scarichi), dove $Q_W(0^+) = \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}$ in valore assoluto. Con stati carichi l'espressione diventa:

$$V_{GS} = \frac{Q_W(0^+)}{C_{ox}} + V_S - \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \quad (9)$$

Con Q_{ox} negativa, valore assoluto calcolato nel punto 1. Avremo che V_S dello svuotamento profondo è diversa. Nei due casi (scarichi e carichi) dovremo risolvere rispettivamente le equazioni:

$$\begin{aligned} V_{GS} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S + \Phi_{MS} \\ V_{GS} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \end{aligned}$$

Facendo i conti, e selezionando le soluzioni accettabili, avremo $V_S = 4.78$ V nel caso di stati scarichi e $V_S = 2.74$ V nel caso di stati carichi. Avremo di conseguenza:

$$\begin{aligned} Q_W(0^+) &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} = 1.27 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2 \text{ stati scarichi} \\ Q_W(0^+) &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} = 9.62 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2 \text{ stati carichi} \end{aligned}$$

Nel caso di $t \rightarrow \infty$ avremo che la carica fissa è la stessa nei due casi, e pari a quella alla soglia dell'inversione poiché la caduta di tensione è pari a quella necessaria alla soglia $V_S = 2\psi_B$ in entrambi i casi:

$$Q_W(\infty) = \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 4.84 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2 \quad (10)$$

Quella che è diversa è Q_n poiché la V_{TH} è diversa nei due casi. Avremo rispettivamente per stati scarichi e carichi:

$$\begin{aligned} Q_n(\infty) &= C_{ox} (V_{GS} - V_{TH \text{ Scarichi}}) = 5.5 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2 \\ Q_n(\infty) &= C_{ox} (V_{GS} - V_{TH \text{ carichi}}) = 2.9 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2 \end{aligned}$$

ESERCIZIO 3

Un transistor bipolare n^+pn è polarizzato con $V_{CE} = 10$ V e $I_B = 10 \mu\text{A}$. Il transistor è caratterizzato da $N_{AB} = N_{DC} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $S=1 \text{ mm}^2$. $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $W_{met} = 4 \mu\text{m}$. Si consideri trascurabile l'effetto della tensione V_{BE} per il calcolo della regione di svuotamento base-collettore, per la quale si può assumere $V_{CB} \approx V_{CE}$.

1) Si calcoli I_C ed il valore esatto di V_{BE} , verificando che la regione di svuotamento base-collettore dipende molto poco da V_{BE} . [4]

2) La tensione V_{CE} viene portata a 15 V. Si calcolino i nuovi valori di I_C e V_{BE} . [4]

3) Si determini la resistenza differenziale di uscita ad emettitore comune del transistor in zona attiva diretta. [2]

SOLUZIONE 3

1) Calcoliamo prima il β_f , quindi I_C e Q , e da questo ricaviamo $\delta n(0)$ e la tensione V_{BE} .

$$\begin{aligned} V_{0BC} &= V_T \ln \frac{N_{AB} N_{DC}}{n_i^2} = 0.693 \text{ V} \\ W_{BC}(V_{BE} \approx V_{CE}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right) (V_0 + V_{CE})} = 1.68 \mu\text{m} \\ W_{eff} &= W_{met} - \frac{W_{BC}}{2} = 3.17 \mu\text{m} \\ \tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\
\tau_t &= 1.94 \text{ ns} \\
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = 514 \\
I_C &= \beta_f I_B = 5.1 \text{ mA} \\
Q &= I_B \tau_n = I_C \tau_t = 1 \times 10^{-11} \text{ C} \\
Q &= qS \delta n(0) \frac{W}{2} \\
\delta n(0) &= \frac{2Q}{qSW} = 3.94 \times 10^{19} \text{ m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \\
V_{BE} &= V_T \ln \frac{\delta n(0) N_{AB}}{n_i^2} = 0.55 \text{ V}
\end{aligned}$$

Nell'ultima espressione è stato trascurato l'1 rispetto al termine esponenziale. Verifichiamo che la regione di svuotamento base-collettore varia di poco se consideriamo V_{BE} :

$$\begin{aligned}
V_{CB} &= V_{CE} - V_{BE} = 9.45 \text{ V} \\
W_{BC}(V_{CB}) &= \text{sqrt} \frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right) (V_0 + V_{CB}) = 1.63 \text{ } \mu\text{m}
\end{aligned}$$

Considerando V_{CE} veniva $1.68 \text{ } \mu\text{m}$, quindi l'approssimazione è abbastanza buona.

2) Basta ripetere i passaggi del punto precedente con $V_{CE} = 15 \text{ V}$:

$$\begin{aligned}
W_{BC}(V_{BE} \approx V_{CE}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right) (V_0 + V_{CE})} = 2.03 \text{ } \mu\text{m} \\
W_{eff} &= W_{met} - \frac{W_{BC}}{2} = 2.98 \text{ } \mu\text{m} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} = 1.72 \text{ ns} \\
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = 580 \\
I_C &= \beta_f I_B = 5.8 \text{ mA} \\
Q &= I_B \tau_n = I_C \tau_t = 1 \times 10^{-11} \text{ C} \\
Q &= qS \delta n(0) \frac{W}{2} \\
\delta n(0) &= \frac{2Q}{qSW} = 4.18 \times 10^{19} \text{ m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \\
V_{BE} &= V_T \ln \frac{\delta n(0) N_{AB}}{n_i^2} = 0.552 \text{ V}
\end{aligned}$$

Quindi β_f ed I_C variano, V_{BE} cambia di pochissimo

3) La resistenza differenziale di uscita ad emettitore comune è definita come $r_d = \partial V_{CE} / \partial I_C \approx \Delta V_{CE} / \Delta I_C$:

$$r_d = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} = \frac{15 - 10}{5.8 \times 10^{-3} - 5.1 \times 10^{-3}} = 7.1 \text{ k}\Omega \quad (11)$$