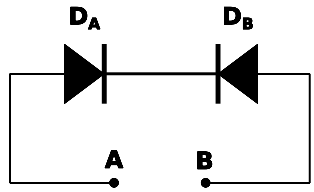
PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 28 gennaio 2026

ESERCIZIO 1

In figura sono rappresentate due giunzioni *pn* in serie. I due diodi hanno gli stessi parametri: $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_D = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, entrambi a base lunga. Differiscono per la superficie: $S_A = 100$ μm^2, $S_B = 0.5$ m^2 (è un pannello solare).



1) Determinare le tensioni e le correnti quando ai terminali AB è applicata una $V_{BA} = 5$ V. Si ricordi che se la tensione di polarizzazione di un diodo è molto piccola NON si può trascurare l'1 nell'espressione della corrente. [3]

2) Determinare le tensioni e le correnti quando ai terminali AB è applicata una $V_{AB} = 5$ V (opposta al punto 1). [3]

2) Tra i terminali AB si applica $V_{AB} = 0.4$ V. Cosa succede? Determinare le tensioni sui diodi, facendo una approssimazione ragionevole da verificare alla fine. [4]

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS (condensatore MOS ideale, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 20$ nm, $W = L = 2$ μm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs) è polarizzato con $V_{GB} = 0.5$ V, $V_{DS} = 0.5$ V (regime lineare).

1) Determinare la caduta di tensione nel silicio e la concentrazione di elettroni alla superficie n_s nel caso $V_{SB} = 0$ e nel caso $V_{SB} = 2$ V (per la stessa V_{GB}). [4]

Si consideri il caso $V_{SB} = 0$:

2) Si approssimi l'andamento della concentrazione di elettroni con $n(x) = n_s e^{-\frac{x}{a}}$, dove $a = 50$ nm. Determinare la corrente I_{DS} dovuta agli elettroni nel canale (è piccola, poiché siamo sotto-soglia, ma è diversa da 0). [4]

3) Si confronti la corrente calcolata nel punto 2 con quella che si ha per $V_{GS} = 5$ V. [2]

ESERCIZIO 3

Si consideri una giunzione tra silicio $n^+ = N_D = 10^{19}$ e silicio $n = N_D = 10^{16}$ cm^{-3}. Tra le due regioni con diverso drogaggio si viene a generare una barriera di altezza $E_B = qV_B$.

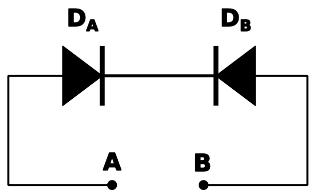
1) Si determini V_B (o qV_B in eV), e si esegua un grafico delle bande.[3]

2) Ripercorrendo la dimonstrazione per la densità equivalente degli stati, si determini la concentrazione di elettroni nella parte n^+ che hanno energia sufficiente a superare la barriera. Discutere le approssimazioni necessarie, e dimostrare che è pari a n. NOTA: la densità degli stati è $D(E) = 4\pi \left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$, con $m^* = 1.08 m_0$.[4]

3) Nella dimostrazione 2 è necessario approssimare la massa efficace costante con l'energia. Si discuta sulla validità di questa approssimazione, confrontandola con il caso della densità equivalente degli stati.[5]

ESERCIZIO 1

In figura sono rappresentate due giunzioni pn in serie. I due diodi hanno gli stessi parametri: $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_D = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, entrambi a base lunga. Differiscono per la superficie: $S_A = 100$ μm^2, $S_B = 0.5$ m^2 (è un pannello solare).



1) Determinare le tensioni e le correnti quando ai terminali AB è applicata una $V_{BA} = 5$ V. Si ricordi che se la tensione di polarizzazione di un diodo è molto piccola NON si può trascurare l'1 nell'espressione della corrente. [3]

2) Determinare le tensioni e le correnti quando ai terminali AB è applicata una $V_{AB} = 5$ V (opposta al punto 1). [3]

2) Tra i terminali AB si applica $V_{AB} = 0.4$ V. Cosa succede? Determinare le tensioni sui diodi, facendo una approssimazione ragionevole da verificare alla fine. [4]

SOLUZIONE 1

1) Il diodo con area grande B è polarizzato in diretta, quello con area piccola A è in inversa. La corrente è limitata dalla saturazione inversa del diodo A. Calcoliamo le correnti di saturazione inversa:

$$
\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \quad \mu\text{m} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_n = 1.034 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \quad \mu\text{m} \\
I_{SA} &= q S_A n_i^2 \left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p} \right) = 1.83 \times 10^{-17} \quad \text{pA} \\
I_{SB} &= q S_B n_i^2 \left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p} \right) = 207.5 \quad \text{nA}
\end{aligned}
$$

Quindi quando avremo $V_{BA} > 0$ il pannello solare è polarizzato in diretta, ma il diodo A molto piccolo limita la corrente a I_{SA}. La caduta di tensione su B sarà molto piccola, e non è trascurabile il termine -1. La corrente è positiva da B ad A Si può calcolare come:

$$
\begin{aligned}
I_B &= I_{SA} = I_{SB}\left(e^{\frac{V_B}{V_T}} - 1\right) \\
V_B &= V_T \ln\left(\frac{I_{SB} + I_{SA}}{I_{SB}}\right) \approx 0
\end{aligned}
$$

Quindi avremo $V_A = 5$ V in inversa, e V_B polarizzato in diretta ma con tensione molto piccola.

2) In questo caso è A che è polarizzato in diretta. Basta ripetere i conti del punto precedente, aspettandoci una caduta di tensione su A non trascurabile:

$$\begin{aligned} I_A &= I_{SB} = I_{SA}\left(e^{\frac{V_B}{V_T}} - 1\right) \\ V_B &= V_T \ln\left(\frac{I_{SB} + I_{SA}}{I_{SA}}\right) = 0.577 \ \ \mathrm{V} \end{aligned}$$

Quindi A è polarizzato in diretta con $V_A = 0.577$ V, mentre il resto della caduta è su B polarizzato in inversa, con $V_B = 5 - 0.577 = 4.422$ V.

3) In questo caso la polarizzazione diretta di A può non essere sufficiente per raggiungere la corrente di saturazione inversa di B, poiché $I_{SB} \ll I_{SA}$. Infatti, se tutta la V_{AB} cadesse su A avremo:

$$I_A = I_{SA}\left(e^{\frac{V_{AB}}{V_T}} - 1\right) = 4.6 \ \ \mathrm{nA} \tag{1}$$

L'approssimazione ragionevole è quella di assumere V_B molto piccola. Infatti, con V_B polarizzato in inversa avremo che basta una tensione pari a:

$$\begin{aligned} I_B &= I_{SB}\left(e^{\frac{V_B}{V_T}} - 1\right) = -4.6 \times 10^{-9} \\ I_{SB} e^{\frac{V_B}{V_T}} &= -4.6 \times 10^{-9} + I_{SB} \\ V_B &= V_T \ln\left(\frac{I_{SB} - 4.6 \times 10^{-9}}{I_{SB}}\right) = -1.3 \ \ \mathrm{mV} \end{aligned}$$

Quindi $V_A = 0.5$ V e $I_A = 4.6$ na, in diretta, e $V_B = 1.3$ mV IN INVERSA.

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS (condensatore MOS ideale, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 20$ nm, $W = L = 2$ μm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs) è polarizzato con $V_{GB} = 0.5$ V, $V_{DS} = 0.5$ V (regime lineare).

1) Determinare la caduta di tensione nel silicio e la concentrazione di elettroni alla superficie n_s nel caso $V_{SB} = 0$ e nel caso $V_{SB} = 2$ V (per la stessa V_{GB}). [4]

Si consideri il caso $V_{SB} = 0$:

2) Si approssimi l'andamento della concentrazione di elettroni con $n(x) = n_s e^{-\frac{x}{a}}$, dove $a = 50$ nm. Determinare la corrente I_{DS} dovuta agli elettroni nel canale (è piccola, poiché siamo sotto-soglia, ma è diversa da 0). [4]

3) Si confronti la corrente calcolata nel punto 2 con quella che si ha per $V_{GS} = 5$ V. [2]

SOLUZIONE 2

1) Iniziamo calcolando la tensione di soglia e la corrente I_{DS}:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_s}{t_{ox}} = 1.726 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{F/m^2}$$

$$\begin{aligned}\psi_B &= V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 0.974 \quad \text{V}\end{aligned}$$

Per $V_{GS} = 0.5$ V avremo $V_{GS} < V_{TH}$, quindi per determinare la caduta di tensione nel silicio V_S dobbiamo risolvere l'equazione:

$$V_{GS} = 0.5 \text{ V} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S \tag{2}$$

Che da come unica soluzione possibile $V_S = 0.31$ V.
Nel caso $V_{SB} = 0$, avremo che la concentrazione di elettroni nel canale è data da:

$$\begin{aligned}n_s &= n_0 e^{\frac{V_S}{V_T}} \\ n_s &= \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V_S}{V_T}} = 3.6 \times 10^{15} \quad \text{m}^{-3}\end{aligned}$$

Nel caso $V_{SB} = 2$ V la V_S non cambia, perché dipende dalla V_{GB}, ma la concentrazione di elettroni all'interfaccia è diminuita perché tra canale e source c'è una differenza di potenziale di -2 V:

$$n_s = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{-V_{SB}+V_S}{V_T}} = 4.1 \times 10^9 \quad \text{m}^{-3} \tag{3}$$

2) Determiniamo prima la carica mobile nel canale:

$$\begin{aligned}Q_n &= q \int_0^\infty n(x)dx = q n_s \int_0^\infty e^{-\frac{x}{a}} \\ Q_n &= q n_s a = 2.88 \times 10^{-11} \quad \text{C/m}^2\end{aligned}$$

Ricordando l'espressione della corrente in zona lineare:

$$\begin{aligned}I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} = \mu_n \frac{W}{L} Q_n V_{DS} \\ I_{DS} &= 1.15 \quad \text{pA}\end{aligned}$$

Come potevamo aspettarci, è molto piccola.

3) Per $V_{GS} = 5$ V siamo in inversione, quindi avremo:

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} = 0.28 \quad \text{mA} \tag{4}$$

Evidentemente molto maggiore di quella sotto-soglia.

ESERCIZIO 3

Si consideri una giunzione tra silicio $n^+ = N_D = 10^{19}$ e silicio $n = N_D = 10^{16}$ cm^{-3}. Tra le due regioni con diverso drogaggio si viene a generare una barriera di altezza $E_B = qV_B$.

1) Si determini V_B (o qV_B in eV), e si esegua un grafico delle bande.[3]

2) Ripercorrendo la dimonstrazione per la densità equivalente degli stati, si determini la concentrazione di elettroni nella parte n^+ che hanno energia sufficiente a superare la barriera. Discutere le approssimazioni necessarie, e dimostrare che è pari a n. NOTA: la densità degli stati è $D(E) = 4\pi \left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$, con $m^* = 1.08m_0$.[4]

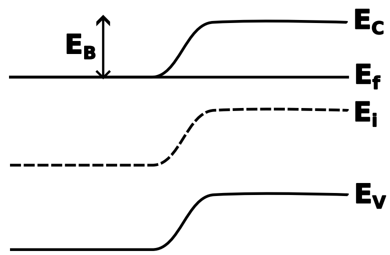
3) Nella dimostrazione 2 è necessario approssimare la massa efficace costante con l'energia. Si discuta sulla validità di questa approssimazione, confrontandola con il caso della densità equivalente degli stati.[5]

SOLUZIONE 3

1) Si può usare la relazione di equilibrio, oppure l'espressione della concentrazione n assumendo che $E_f = E_C$ nella parte n^+. Danno un numero approssimativamente uguale:

$$\begin{aligned} V_B = V(n) - V(n^+) &= V_T \ln \frac{n^+}{n} = 0.178 \ \ \mathrm{V} \\ qV_B = E_C - E_f &= V_T \ln \frac{N_C}{N_D} = 0.205 \ \ \mathrm{V} \end{aligned}$$

Entrambi i valori sono accettabili. Il grafico delle bande risulta:



2) Impostiamo il conto e descriviamo le approssimazioni:

$$\begin{aligned} n(E > E_B) &= \int_{E_B - E_C}^{\infty} D(E) f(E) dE \\ n(E > E_B) &= \int_{E_B - E_C}^{\infty} 4\pi \left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_C} \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_f}{kT}}} dE \end{aligned}$$

Approssimazione 1: la massa efficace è pari a $1.08m_0$ per ogni energia. Approssimazione 2: $E - E_f \ll E_B - E_f$, quindi l'1 al denominatore della Fermi-Dirac si può trascurare:

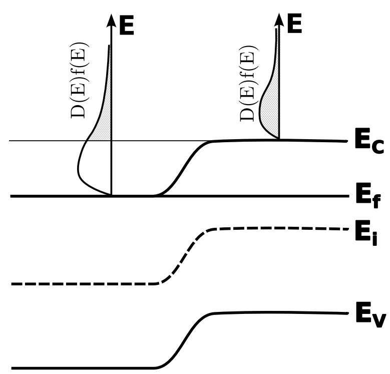
$$n(E > E_B) = 4\pi \left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{E_B - E_C}^{\infty} \sqrt{E - E_C} e^{-\frac{E-E_f}{kT}} dE \tag{5}$$

Possiamo fare qualche passaggio, ricordando che $E_f \approx E_C$:

$$n(E > E_B) = 4\pi \left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{E_B}^{\infty} \sqrt{E - E_C} e^{-\frac{E-E_C}{kT}} dE$$

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{E-E_C}{kT} \qquad dx = \frac{dE}{kT} \\
\text{Se } E = E_B \rightarrow x &= \frac{E_B - E_C}{kT} \\
n(E > E_B) &= 4\pi \left(\frac{2kTm^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{\frac{E_B-E_C}{kT}}^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx
\end{aligned}
$$

Poiché siamo all'equilibrio, $n(E > E_B)$ nella parte n^+ dovrà essere uguale a n nella parte meno drogata.Nella figura si rappresenta $D(E)f(E)$ nella parte n^+ e $D(E)f(E)$ nella parte n.



Le aree evidenziate devono essere uguali, ed in particolare quella nella parte n è data da:

$$
n = N_C e^{-\frac{E_C - E_f}{kT}} = 2\left(\frac{2\pi kTm^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} \tag{6}
$$

Ripercorrendo la dimostrazione, avremo che questa espressione proviene da:

$$
\begin{aligned}
n &= 2\left(\frac{2\pi kTm^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_C - E_f}{kT}} \\
n &= 4\pi\left(\frac{2kTm^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_C - E_f}{kT}} \\
\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x} dx & \\
\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x} dx &= \frac{\sqrt{\pi}}{2}
\end{aligned}
$$

Nell'espressione per la parte n^+ con $E > E_B$ abbiamo che l'integrale non è tra 0 e ∞, ma inizia da $\frac{E_B - E_C}{kT}$. Nella parte $n+$ avremo $E_f = E_C$, ed E_B coincide con la E_C nella parte n: e quindi avremo:

$$
\int_{\frac{E_B - E_{Cn+}}{kT}}^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx = e^{-\frac{E_{Cn} - E_f}{kT}} \int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x} dx \tag{7}
$$

3) Quando calcoliamo la densità equivalente degli stati, usiamo la massa efficace $m^* = 1.08 m_0$ per gli elettroni, perché sappiamo che la gran parte degli elettroni occupa stati con E

molto vicina ad E_C. Infatti, l'energia cinetica media degli elettroni è pari a $overlineE - E_C = 3/2kT = 39$ meV a temperatura ambiente. In questo caso, integriamo su energie $E > E_B \approx 200$ meV, e quindi l'approssimazione è molto peggiore.