PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 9 gennaio 2026

ESERCIZIO 1

Una giunzione pn^+ ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2, lunghezza di base $W_p = 15$ μm) è polarizzato con $V = 0.55$ V.

1) Determinare il profilo dell'eccesso di portatori minoritari e la corrente del diodo.[3]

2) Facendo uso del profilo dell'eccesso dei portatori minoritari, determinare la frazione di corrente dovuta alla ricombinazione dei portatori minoritari sul contatto e quella dovuta alla ricombinazione nella base.[4]

3) Determinare la frazione di corrente che si ricombina nella base con il modello a controllo di carica. [3]

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS ha gate ideale e $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 20$ nm, $W = L = 2$ μm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs. Il transistore è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V. Si consideri una approssimazione dell'andamento di $n(x)$ in direzione perpendicolare al canale: $n(x) = n_s e^{-\frac{x}{a}}$ dove $a = W(2\psi_B)/5$.

1) Si consideri $V_{DS} = 0$ e $V_{SB} = 0$. Determinare la concentrazione n_s di elettroni all'interfaccia ossido-silicio, usando l'approssimazione suggerita per $n(x)$.[3]

2) Usualmente, la caduta di tensione nel silicio si approssima con $V_{Si} \simeq 2\psi_B$ oltre la soglia di inversione. Determinare un valore più preciso di V_{Si}, usando il risultato del punto 1. Calcolare la differenza rispetto a V_{Si} alla soglia dell'inversione.[3]

3) Il source viene polarizzato rispetto al substrato con $V_{SB} = 3$ V ($V_{DS} = 0$ e $V_{GS} = 5$ V). Determinare n_s e V_{Si}, confrontandoli con quelli ottenuti nei punti precedenti. [4]

ESERCIZIO 3

Un campione di silicio è drogato uniformemente con fosforo (livello degli stati donatori $E_C - E_D = 46$ meV). A 100 K la resistività è risultata pari a $\rho = 0.011$ Ω m; una misura Hall ha permesso di stabilire la concentrazione di elettroni, pari a $n = 5 \times 10^{16}$ cm^{-3}.

1) Determinare il livello di Fermi e la concentrazione N_D di atomi di fosforo. [4]

2) Dopo aver ricavato la mobilità degli elettroni, determinare la massa efficace per il trasporto sapendo che il cammino libero medio degli elettroni è pari a 30 nm. SUGGERIMENTO: scrivere l'espressione per il tempo medio tra gli urti, considerando la velocità termica. Costante di Boltzmann: 1.38×10^{-23} J/K. [4]

3) Determinare la resistività a temperatura ambiente, assumendo che la mobilità non dipenda dalla temperatura. [2]

ESERCIZIO 1

Una giunzione pn^+ ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2, lunghezza di base $W_p = 15$ μm) è polarizzato con $V = 0.55$ V.

1) Determinare il profilo dell'eccesso di portatori minoritari e la corrente del diodo.[3]

2) Facendo uso del profilo dell'eccesso dei portatori minoritari, determinare la frazione di corrente dovuta alla ricombinazione dei portatori minoritari sul contatto e quella dovuta alla ricombinazione nella base.[4]

3) Determinare la frazione di corrente che si ricombina nella base con il modello a controllo di carica. [3]

SOLUZIONE 1

1) Consideriamo l'espressione generale dell'equazione di continuità, per gli elettroni iniettati nella regione p meno drogata:

$$
\begin{aligned}
\delta n(x) &= Ae^{-\frac{x}{L_n}} + Be^{\frac{x}{L_n}} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.068 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 45.47 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

Quindi il diodo è a base intermedia. Per risolvere l'equazione di continuità bisogna imporre le condizioni a contorno:

$$
\begin{aligned}
\delta n(0) &= A + B = \frac{n_i^2}{N_A} e \frac{V}{V_T} = 3.9 \times 10^{19} \quad \text{m}^{-3} \\
\delta n(-W_n) &= Ae^{\frac{W_p}{L_n}} + Be^{-\frac{W_p}{L_n}} = 0
\end{aligned}
$$

Risolvendo il sistema otteniamo:

$$
\begin{aligned}
A &= -4.17 \times 10^{19} \quad \text{m}^{-3} \\
B &= 8.07 \times 10^{19} \quad \text{m}^{-3} \\
\delta n(x) &= -4.17 \times 10^{19} e^{-\frac{x}{L_n}} + 8.07 \times 10^{19} e^{\frac{x}{L_n}}
\end{aligned}
$$

La corrente del diodo si può calcolare come corrente di diffusione in 0:

$$
\begin{aligned}
I &= qSD_n \frac{d\delta n(x)}{dx} \mid_{x=0} \\
I &= qS\frac{D_n}{L_n}(-A + B) = 0.89 \quad \text{mA}
\end{aligned}
$$

2) La corrente dovuta agli elettroni che si ricombinano sul contatto si calcola come corrente di diffusione in $x = -W_n$:

$$
\begin{aligned}
I_{cont} &= qSD_n \frac{d\delta n(x)}{dx} \mid_{x=-W_n} \\
I_{cont} &= qS\frac{D_n}{L_n}(-Ae^{\frac{W_n}{L_n}} + Be^{-\frac{W_n}{L_n}}) = 0.81 \quad \text{mA}
\end{aligned}
$$

Quindi la corrente dovuta alla ricombinazione della base è pari alla differenza, 70 μA:

$$I_{ric} = I - I_{cont} = 70 \quad \mu\text{A} \tag{1}$$

3) Possiamo scrivere:

$$\begin{aligned}
I_{ric} &= \frac{Q_n}{\tau_n} \\
Q_n &= qS\int_{-W_n}^{0} \delta n(x)dx \\
Q_n &= qSL_n\left[-Ae^{-\frac{x}{L_n}} + Be^{\frac{x}{L_n}}\right]_{-W_n}^{0} \\
Q_n &= qSL_n\left[A\left(e^{\frac{W_n}{L_n}} - 1\right) - B\left(e^{-\frac{W_n}{L_n}} - 1\right)\right] \\
Q_n &= 2.83 \times 10^{-10} \quad \text{C} \\
I_{ric} &= 2.83 \times 10^{-4} \quad \text{A}
\end{aligned}$$

Sono diverse, per le approssimazioni sugli esponenziali usati nel punto 2.

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS ha gate ideale e $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 20$ nm, $W = L = 2$ μm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs. Il transistore è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V. Si consideri una approssimazione dell'andamento di $n(x)$ in direzione perpendicolare al canale: $n(x) = n_s e^{-\frac{x}{a}}$ dove $a = W(2\psi_B)/5$.

1) Si consideri $V_{DS} = 0$ e $V_{SB} = 0$. Determinare la concentrazione n_s di elettroni all'interfaccia ossido-silicio, usando l'approssimazione suggerita per $n(x)$.[3]

2) Usualmente, la caduta di tensione nel silicio si approssima con $V_{Si} \simeq 2\psi_B$ oltre la soglia di inversione. Determinare un valore più preciso di V_{Si}, usando il risultato del punto 1. Calcolare la differenza rispetto a V_{Si} alla soglia dell'inversione.[3]

3) Il source viene polarizzato rispetto al substrato con $V_{SB} = 3$ V ($V_{DS} = 0$ e $V_{GS} = 5$ V). Determinare n_s e V_{Si}, confrontandoli con quelli ottenuti nei punti precedenti. [4]

SOLUZIONE 2

1) Iniziamo calcolando la tensione di soglia:

$$\begin{aligned}
C_{ox} &= \frac{\epsilon_s}{t_{ox}} = 1.726 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\
\psi_B &= V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 0.974 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

La carica mobile per unità di superficie (negativa) è data dalla relazione:

$$Q_n = C_{ox}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) = 6.949 \times 10^{-3} \quad \text{C/m}^2 \tag{2}$$

Quindi avremo:

$$
\begin{aligned}
Q_n &= q \int_0^{\infty} n(x) dx \\
Q_n &= q n_s \int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{a}} \\
a &= \frac{W(2\psi_B)}{5} = \frac{sqrt \frac{2\epsilon_s}{qN_A} 2\psi_B}{5} = 60.8 \times 10^{-9} \quad \mathrm{m} \\
Q_n &= q n_s \left[-a \left(0 - 1\right)\right] = q n_s a \\
n_s &= \frac{Q_n}{qa} = 7.13 \times 10^{23} \quad \mathrm{m}^{-3}
\end{aligned}
$$

2) Alla soglia dell'inversione abbiamo:

$$
n_s = N_A = n_0 e^{\frac{2\psi_B}{V_T}} \tag{3}
$$

Dove n_0 è la concentrazione di elettroni nel bulk, $n_0 = n_i^2 / N_A$. Oltre l'inversione, possiamo scrivere:

$$
\begin{aligned}
n_s &= n_0 e^{\frac{V_{Si}}{V_T}} \\
V_{Si} &= V_T \ln \left(\frac{n_s}{n_0} \right) \\
V_{Si} &= V_T \ln \left(\frac{n_s N_A}{n_i^2} \right) = 0.803 \quad \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

Alla soglia dell'inversione avremo $V_{Si} = 2\psi_B = 0.694$ V, quindi la differenza è pari a 0.107 V.

3) Calcoliamo la nuova V_{TH} rispetto al Source:

$$
V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \left(2\psi_B + V_{SB}\right)}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 1.341 \quad \mathrm{V} \tag{4}
$$

Quindi $Q_n = C_{ox} \left(V_{GS} - V_{TH}\right) = 6.3 \times 10^{-3}$ C/m^2 e $n_s = \frac{Q_n}{qa} = 6.48 \times 10^{23}$ m^{-3}. Sia Q_n e n_s cambiano di poco. La quantità che cambia di molto è V_{Si}, che è costituita dalla quantità calcolata come nel punto precedente:

$$
V_{Si} = V_T \ln \left(\frac{n_s N_A}{n_i^2} \right) = 0.801 \quad \mathrm{V} \tag{5}
$$

più la tensione $V_{SB} = 3$ V. Quindi $V_{Si} = 0.801 + 3 = 3.801$ V.

ESERCIZIO 3

Un campione di silicio è drogato uniformemente con fosforo (livello degli stati donatori $E_C - E_D = 46$ meV). A 100 K la resistività è risultata pari a $\rho = 0.011$ Ω m; una misura Hall ha permesso di stabilire la concentrazione di elettroni, pari a $n = 5 \times 10^{16}$ cm^{-3}.

1) Determinare il livello di Fermi e la concentrazione N_D di atomi di fosforo. [4]

2) Dopo aver ricavato la mobilità degli elettroni, determinare la massa efficace per il trasporto sapendo che il cammino libero medio degli elettroni è pari a 30 nm. SUGGERIMENTO: scrivere l'espressione per il tempo medio tra gli urti, considerando la velocità termica. Costante di Boltzmann: 1.38×10^{-23} J/K. [4]

3) Determinare la resistività a temperatura ambiente, assumendo che la mobilità non dipenda dalla temperatura. [2]

SOLUZIONE 3

1) Calcoliamo N_C e V_T a 100 K:

$$\begin{aligned} N_C(100\ \text{K}) &= N_C(300\ \text{K}) \left(\frac{100}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 5.39 \times 10^{18} \quad \text{cm}^{-3} \\ \frac{kT}{q}((100\ \text{K}) &= \frac{kT}{q}(300\ \text{K}) \left(\frac{100}{300}\right) = 8.62 \times 10^{-3} \quad \text{V} \end{aligned}$$

Quindi, a 100 K avremo:

$$\begin{aligned} E_C - E_f &= kT \ln\left(\frac{N_C}{n}\right) \\ E_C - E_f &= 0.04 \ \ \text{eV} \end{aligned}$$

Per determinare N_D dobbiamo sapere che $n = N_D^+$. Dalla formula:

$$N_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}} \tag{6}$$

possiamo ricavare N_D, conoscendo $E_f - E_D$:

$$\begin{aligned} E_f - E_D &= (E_C - E_D) - (E_C - E_f) = 0.046 - 0.04 = 0.006 \ \ \text{eV} \\ N_D &= N_D^+ \left(1 + 2e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}\right) = 10^{17} \quad \text{cm}^{-3} \end{aligned}$$

2) Avremo:

$$\begin{aligned} \sigma &= q\mu_n n = \frac{1}{\rho} = 90.91 \quad \Omega^{-1}\text{m}^{-1} \\ \mu_n &= \frac{\sigma}{qn} = 0.1135 \ \ \text{m}^2/\text{Vs} \end{aligned}$$

Ricordando che $\mu_n = q/m^*\tau$, dobbiamo ricavare $\tau = \lambda/v_{termica}$, dove il cammino libero medio $\lambda = 50$ nm:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m^* v_{termica}^2 &= \frac{3}{2}kT \\ v_{termica} &= \sqrt{\frac{3kT}{m^*}} \end{aligned}$$

Quindi:

$$
\begin{aligned}
\mu_n &= \frac{q}{m^*}\tau = \frac{q}{m^*}\frac{\lambda}{v_{termica}} \\
\mu_n &= \frac{q\lambda}{\sqrt{3kTm^*}} \\
m^* &= \frac{1}{3kT}\left(\frac{q\lambda}{\mu_n}\right)^2 = 4.33 \times 10^{-31} \quad \text{Kg}
\end{aligned}
$$

Quindi $m^* = 0.47 m_0$ dove $m_0 = 9.1 \times 10^{-31}$ Kg.

3) Avremo:

$$
\begin{aligned}
n &= N_D = 10^{17} \ \ \text{cm}^{-3} = 10^{23} \ \ \text{m}^{-3} \\
\sigma &= q\mu_n n = 1818 \quad \Omega^{-1}\text{m}^{-1} \\
\rho &= \frac{1}{\sigma} = 5.5 \times 10^{-4} \quad \Omega\text{m}
\end{aligned}
$$