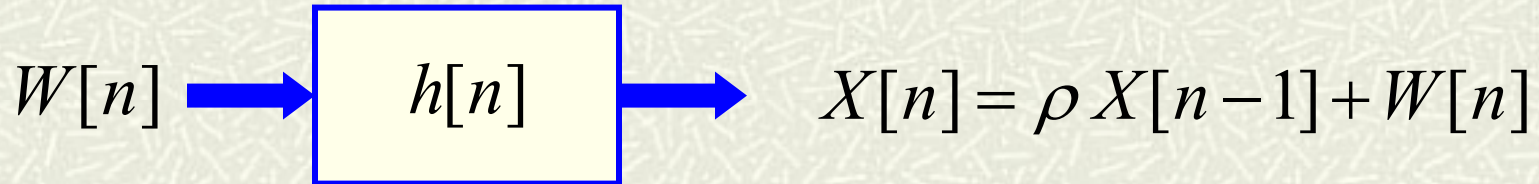




Processi Autoregressivi AR(1)

Filtro IIR di ordine 1



(WGN
White Gaussian Noise)

`w=randn(N,1)`

Eq. alle differenze ricorsiva

MATLAB:
`y=filter(b,a,x)`

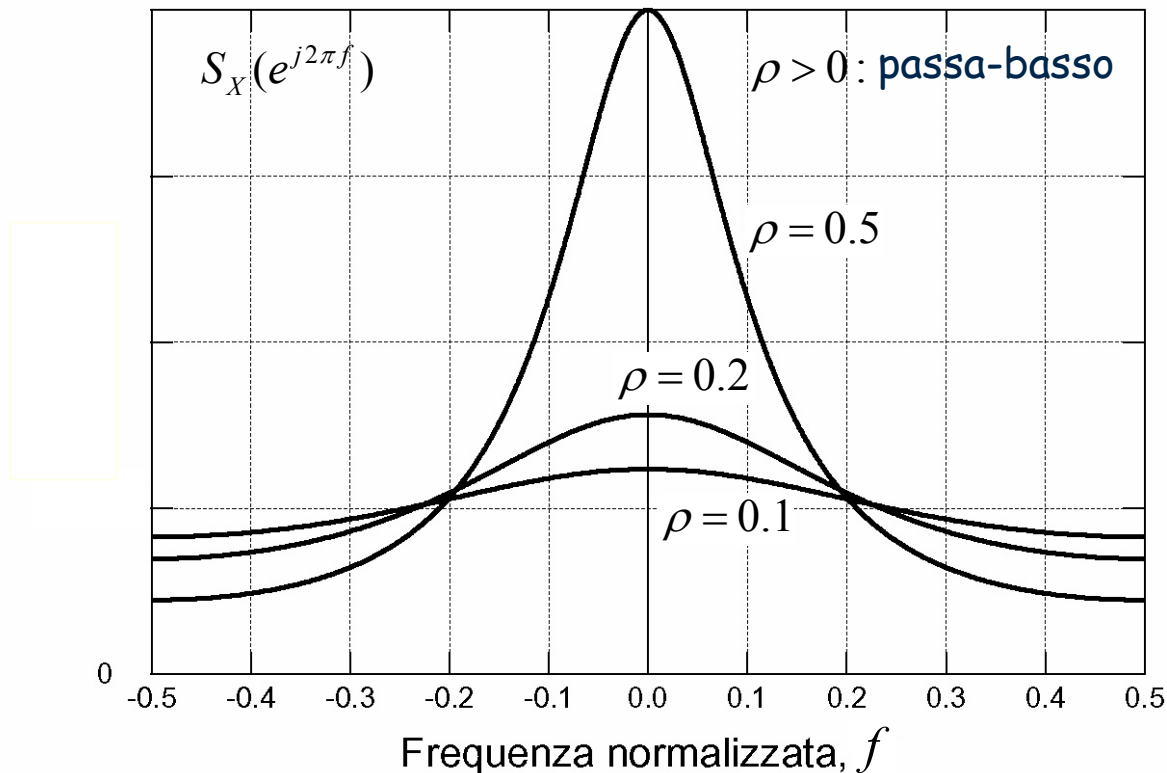
$$h[n] = \rho^n u[n]$$
$$H(e^{j2\pi f}) = \frac{1}{1 - \rho e^{-j2\pi f}}$$



Densità spettrale di un processo AR(1)

$$R_X[m] = \frac{\sigma_W^2}{1 - \rho^2} \rho^{|m|}$$

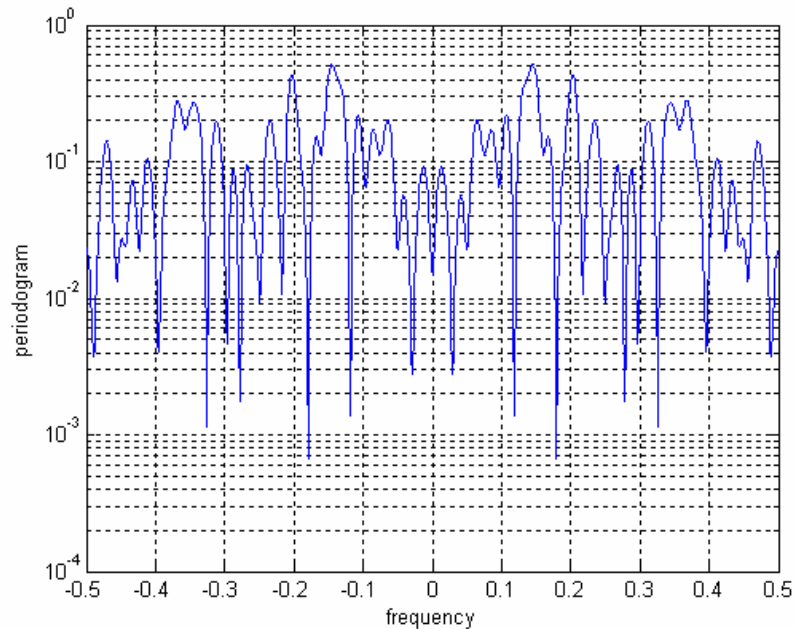
$$S_X(e^{j2\pi f}) = \sigma_W^2 \left| \frac{1}{1 - \rho e^{-j2\pi f}} \right|^2 = \frac{\sigma_W^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos(2\pi f)}$$



$$\sigma_X^2 = \frac{\sigma_W^2}{1 - \rho^2}$$

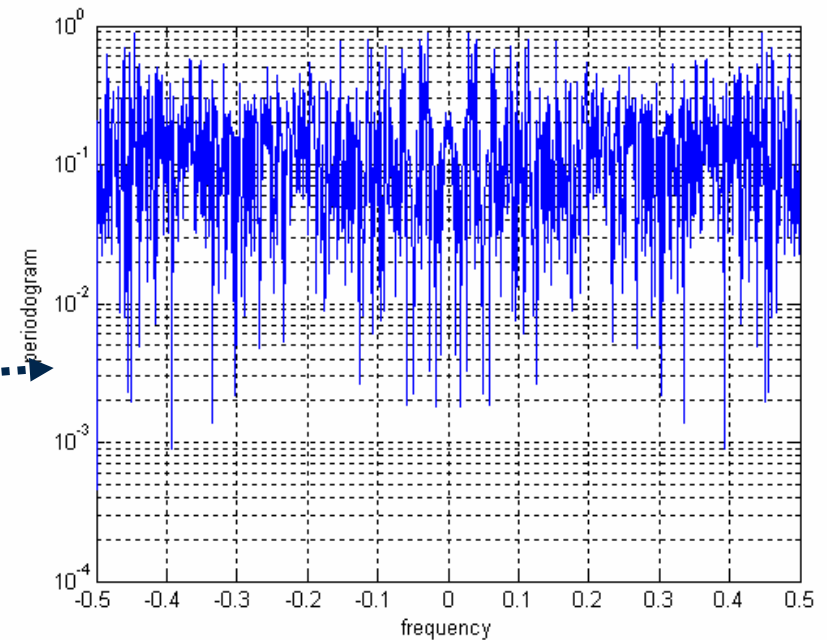


Periodogramma del processo di ingresso



$N=64$

$N=1024$





Generazione processo AR(1)

- *Generare e graficare tre realizzazioni di un p.a. AR(1) Gaussiano.*

Parametri:

Intervallo temporale discreto di osservazione: $N=128$

Potenza del processo: $\sigma_X^2 = 1$

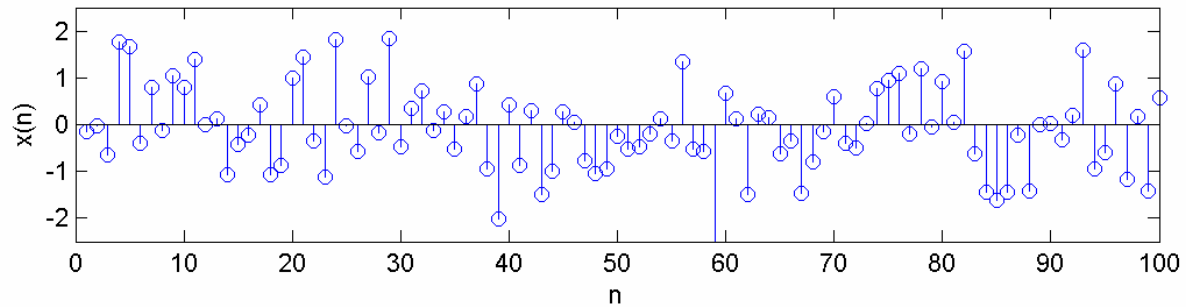
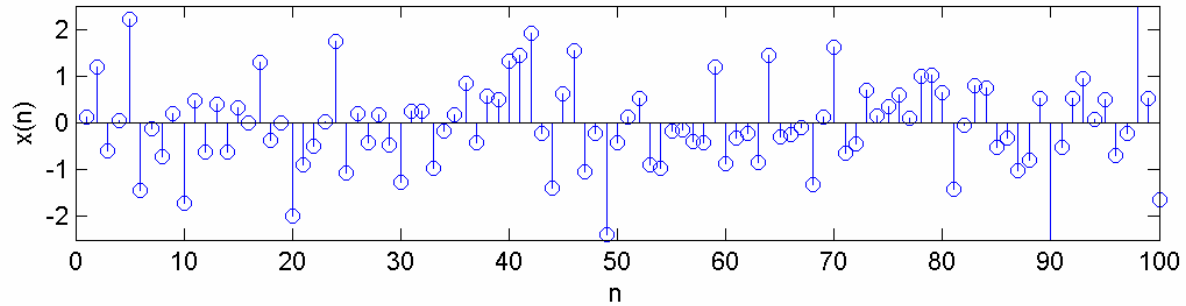
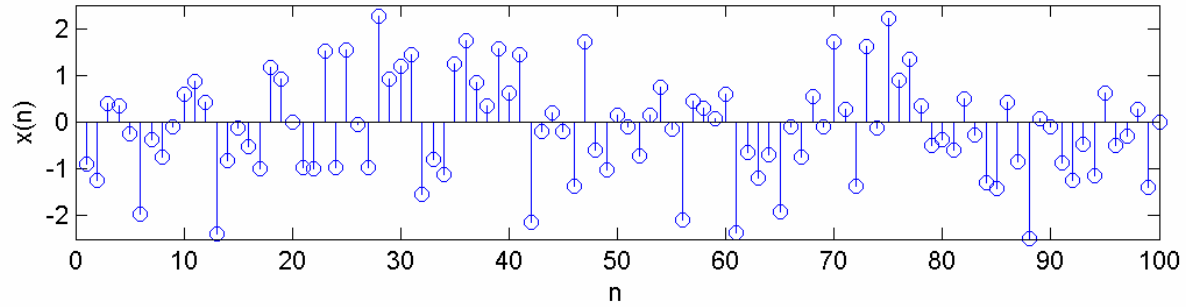
Parametro AR(1): $\rho = 0.1, 0.5, 0.9$ e -0.9

[**istruzioni utili:** randn, for, filter, subplot, stem]



Esempio di risultati

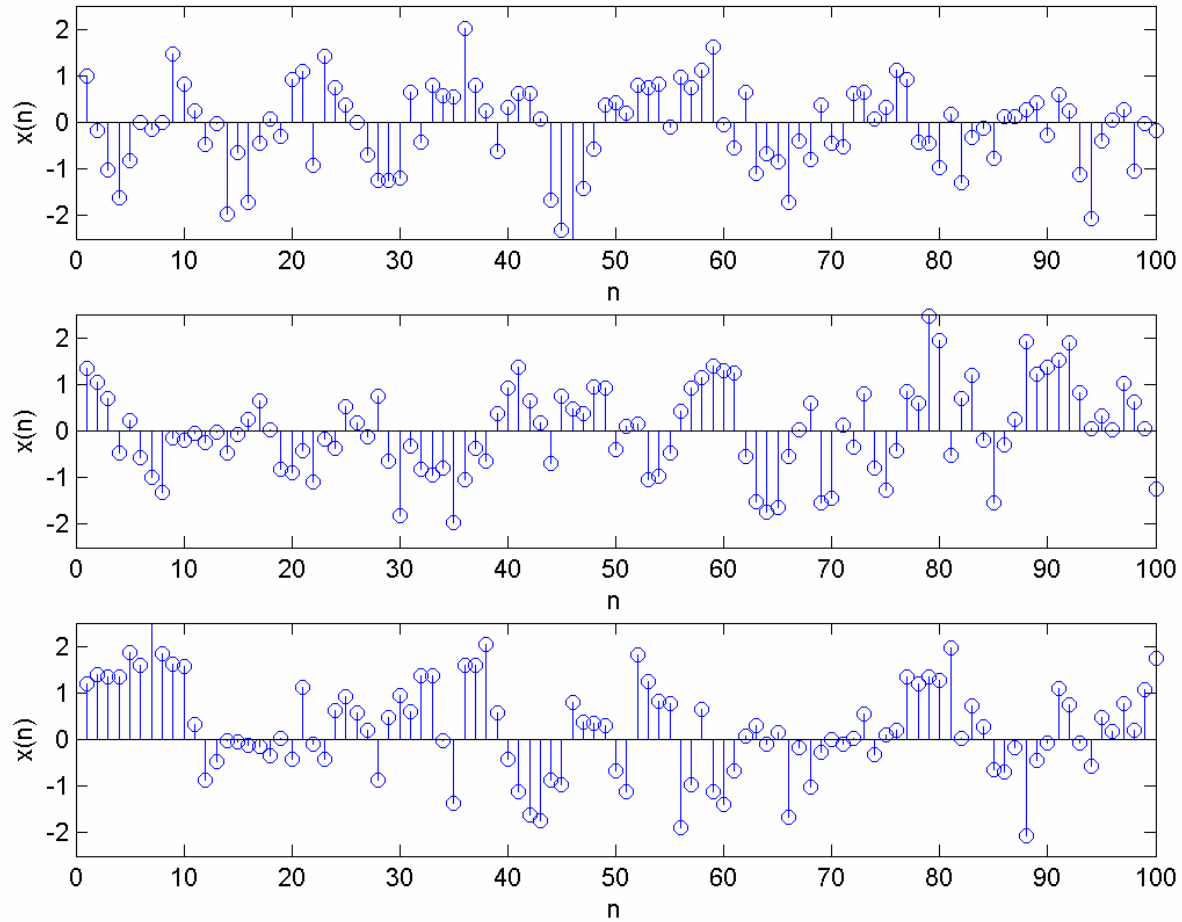
$\rho=0.1$





Esempio di risultati

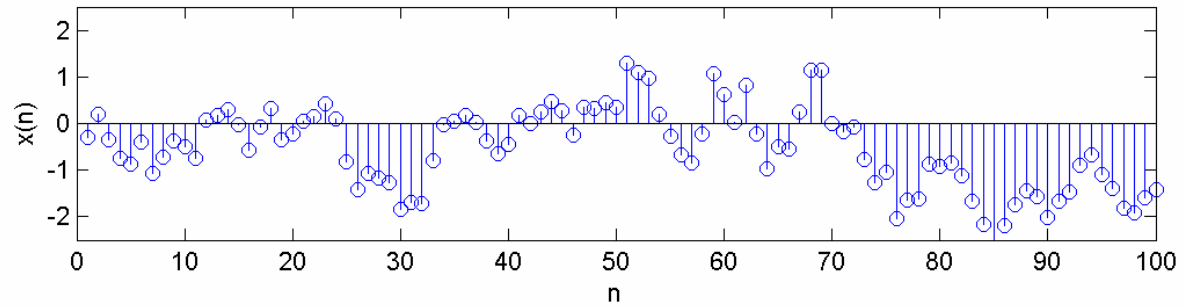
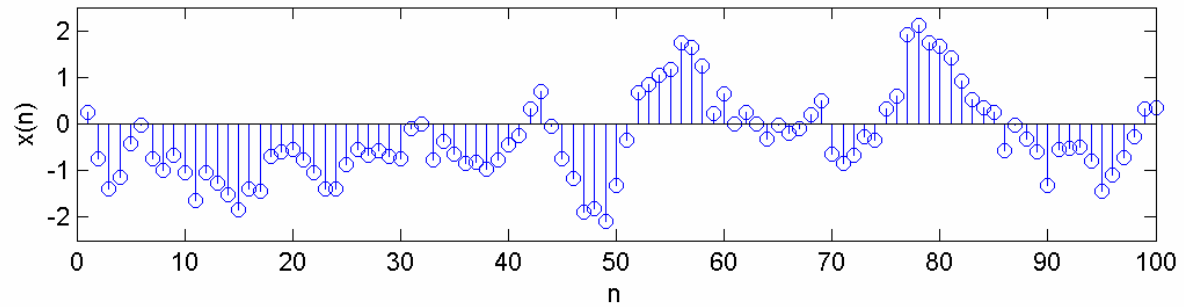
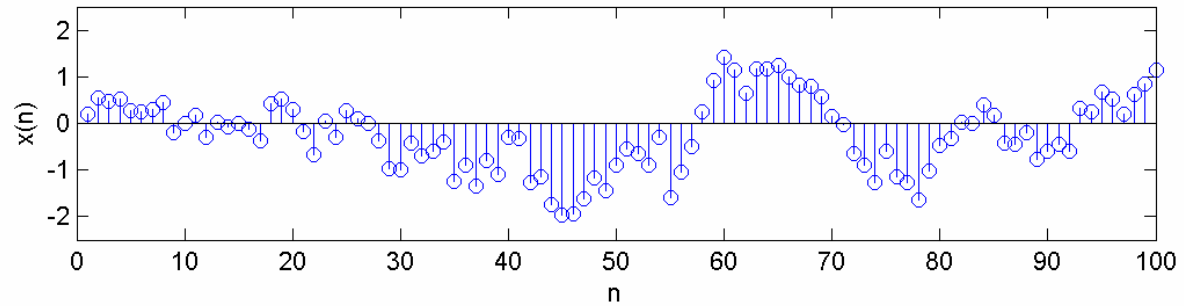
$\rho=0.5$





Esempio di risultati

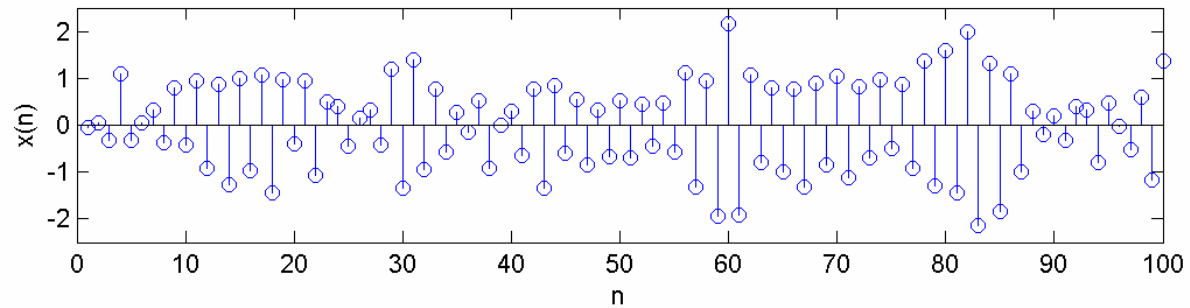
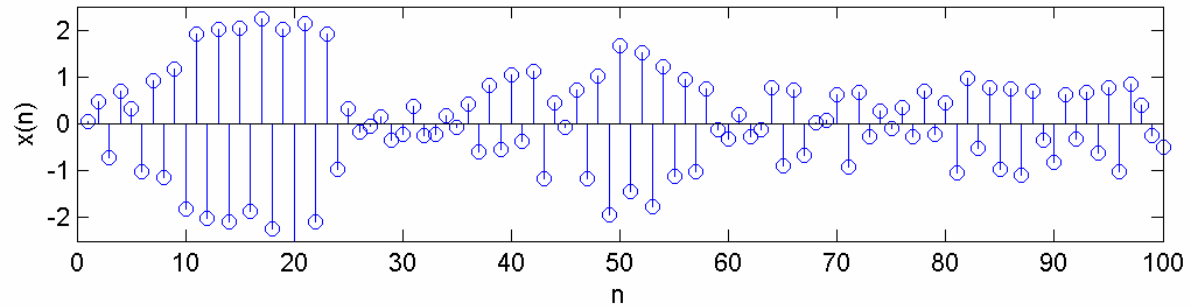
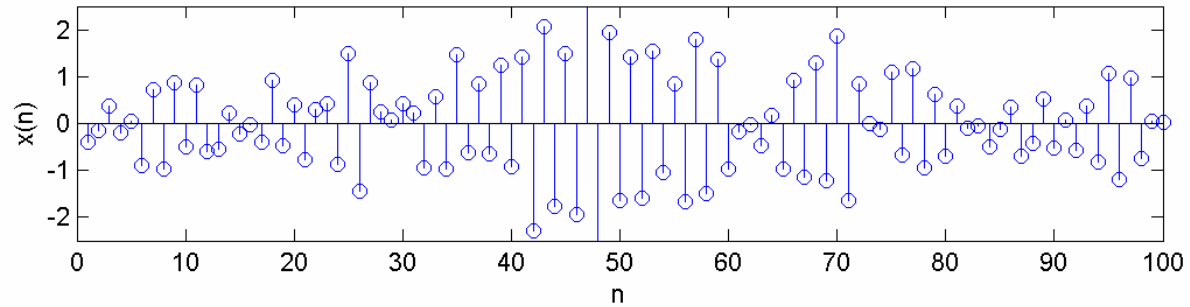
$\rho=0.9$





Esempio di risultati

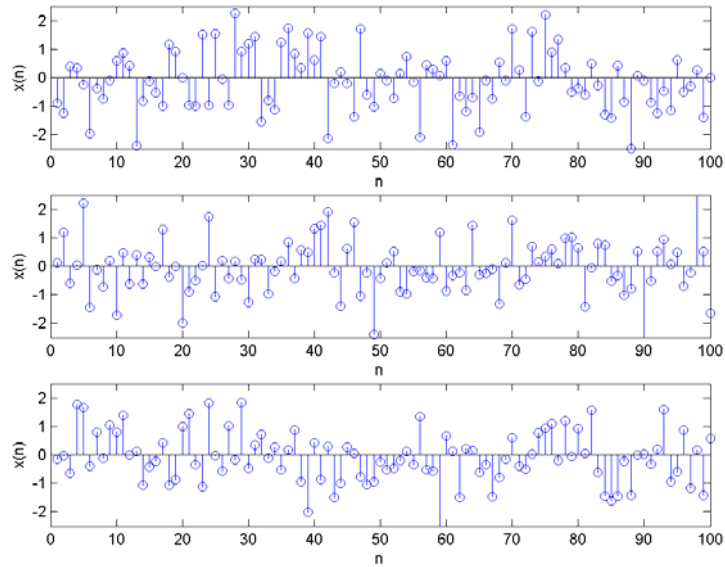
$\rho = -0.9$



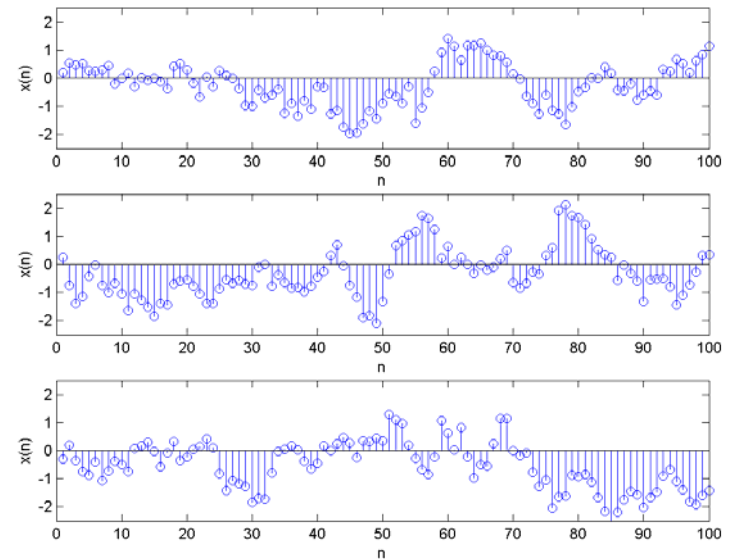


Esempio di risultati

$\rho=0.1$



$\rho=0.9$





Esempio di risultati

```
% generazione realizzazioni p.a. AR(1) Gaussiano di potenza unitaria
%
function [x] = genproar1(Nc,nr,a)

% in:  numero di campioni, Nc;
%      numero di realizzazioni, nr;
%      coefficiente di reazione, a;

% out: matrice di realizzazioni, una per riga;
%      uscita su video di grafico delle nr realizzazioni.

sigmaw=sqrt(1-a^2);      % calcola la deviazione standard per il processo di forzamento;
w=sigmaw*randn(nr,Nc);   % genera nr realiz. di durata Nc del processo di forzamento;

for i=1:nr;
x(i,:)=filter(1,[1 -a],w(i,:),0); % filtraggio IIR del primo ordine di ogni realiz.
end                               % (qui si trascura la presenza del transitorio).

figure;                      % grafica le nr realizzazioni del p.a. AR(1);
for i=1:nr;
    subplot(nr,1,i)
    stem(x(i,:))
    xlabel('n')
    ylabel('x(n)')
    axis([0 Nc -2.5 2.5])
end
```




Periodogramma mediato di processo AR(1)

- *Generare una realizzazione di un p.a. AR(1) Gaussiano, calcolare e graficare il periodogramma mediato su M segmenti dati, e confrontarlo con la DSP teorica.*

Parametri:

Intervallo temporale discreto di osservazione: $N=2048$

Potenza del processo: $\sigma_X^2 = 1$

Parametro AR(1): $\rho = 0.5$

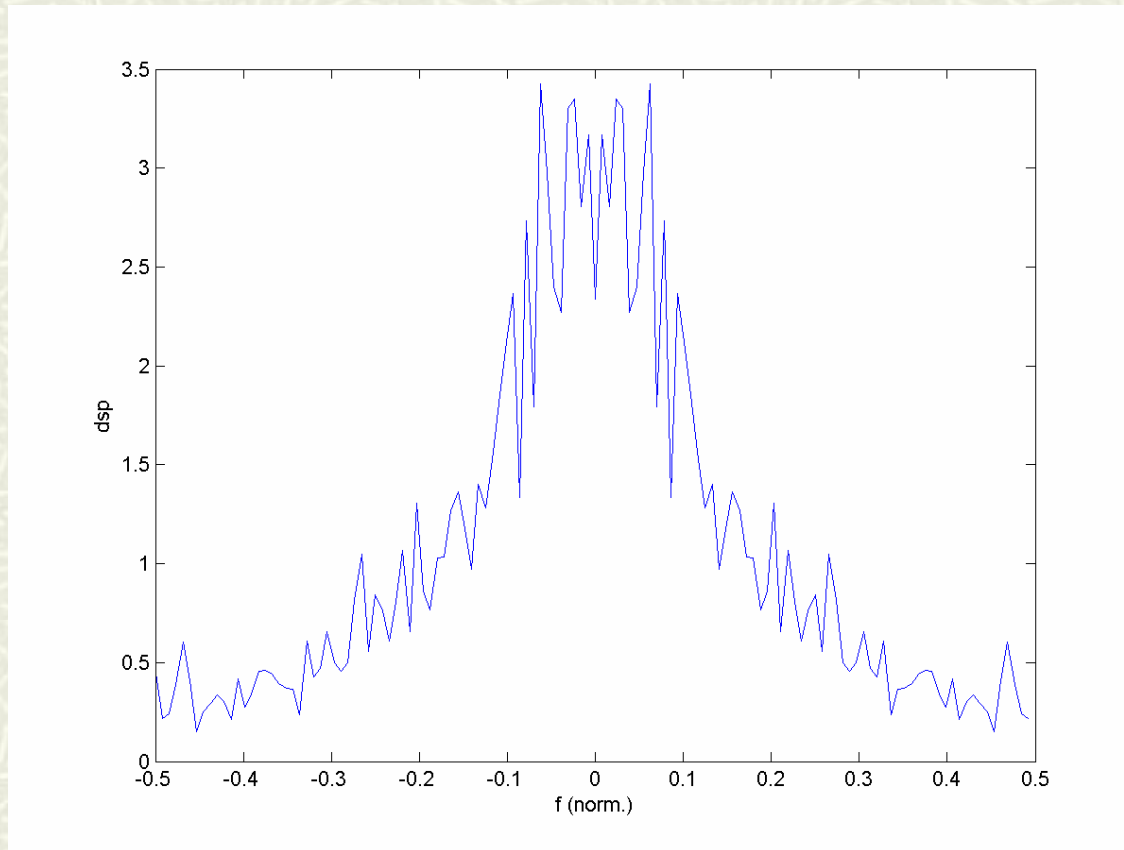
Numero di segmenti: $M=16$ (ciascuno di $L=N/M=128$ dati)

[**istruzioni utili:** randn, filter, reshape, fft, fftshift, abs, mean]



Esempio di risultati

media su 16 segmenti di
128 campioni ciascuno



$$\rho=0.5$$
$$\sigma_X^2=1$$



Esempio di risultati

```
% calcolo funzione densita' spettrale di potenza con il metodo del periodogramma mediato
% per una realizzazione di p.a. AR(1) Gaussiano
%
function [dsp,f] = periodmedar(N,M,a)

% in:  numero di campioni, N;
%      numero di segmenti, M (N deve essere divisibile per M, e la durata dei segm. N/M pari);
%      coefficiente di reazione, a;

% out: funzione densita' spettrale di potenza, dsp;
%      ascisse frequenze normalizzate, f;
%      uscita su video di grafico di periodogramma mediato.

sigmaw=sqrt(1-a^2);      % dev. standard per il p.a. di forzamento per pot. unitaria del p.a. AR(1);
w=sigmaw*randn(1,N);     % genera una realiz. di durata N del p.a. di forzamento;
x=filter(1,[1 -a],w,0);  % filtraggio IIR del primo ordine (qui si trascura la presenza del transitorio).

lseg=N/M;                % lunghezza segmenti
x=reshape(x,lseg,M).';    % matrice di segmenti (uno per riga)

spettri=fft(x,[],2);      % calcola gli spettri complessi dei segmenti;
dspsegm=abs(spettri).^2/(lseg-1); % calcola i periodogrammi dei segmenti;
dsp=mean(dspsegm);        % calcola il periodogramma mediato.

dsp=fftshift(dsp);        % centra la componente a frequenza zero;
deltaf=1/lseg;            % passo di campionamento in frequenza
f=[-lseg/2:lseg/2-1]*deltaf; % scala delle frequenze

figure;                  % grafico dsp del p.a.
plot(f,dsp);
xlabel('f (norm.)');
ylabel('dsp');
v=axis;
axis([v(1) v(2) 0 v(4)]) % fissa a zero l'ordinata minima.
```