

Argomenti del corso

Rappresentazione dell'informazione.

Architettura del calcolatore. Linguaggio Assembler

Concetti di base della programmazione

Concetto di algoritmo. Il calcolatore come esecutore di algoritmi. Linguaggi di programmazione ad alto livello. Sintassi e semantica di un linguaggio di programmazione. Metodologie di programmazione strutturata. Principi fondamentali di progetto e sviluppo di semplici algoritmi.

Programmare in C

Tipi fondamentali. Istruzioni semplici, strutturate e di salto. Funzioni. Ricorsione. Riferimenti e puntatori. Array. Strutture e unioni. Memoria libera. Visibilità e collegamento. Algoritmi di ricerca e di ordinamento.

Concetti di base della programmazione a oggetti

Limitazioni dei tipi derivati. Il concetto di tipo di dato astratto.

Programmare in C++

Classi. Operatori con oggetti classe. Altre proprietà delle classi. Classi per l'ingresso e per l'uscita.

Progettare ed implementare tipi di dato astratti

Alcuni tipi di dato comuni con le classi: Liste, Code, Pile.

Rappresentazione dell'Informazione

L'informazione è qualcosa di astratto.
Per poterla manipolare bisogna rappresentarla.

In un calcolatore i vari tipi di informazione (testi, figure, numeri, musica,...) si rappresentano per mezzo di sequenze di bit (cifre binarie).

Bit è l'abbreviazione di Binary digIT, numero binario.

Il bit è l'unità di misura elementare dell'informazione, ma anche la base del sistema numerico utilizzato dai computer. Può assumere soltanto due valori: 0 o 1.

Byte è l'unità di misura dell'informazione che corrisponde ad 8 bit.

Rappresentazione dell'Informazione

Quanta informazione può essere contenuta in una sequenza di n bit?

L'informazione corrisponde a tutte le possibili combinazioni degli n bit ossia 2^n

Esempio: $n=2$.

00

01

10

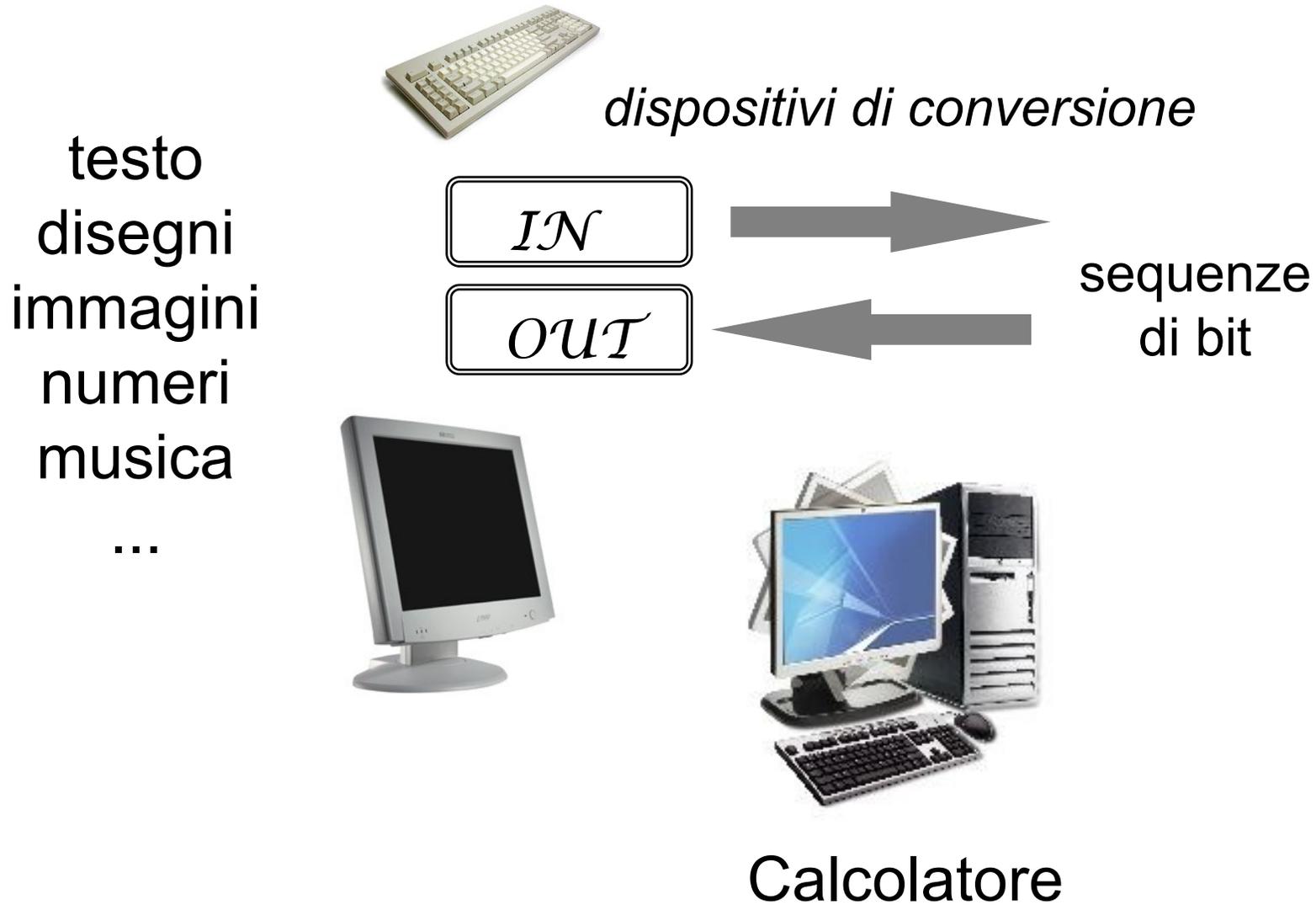
11

ATTENZIONE: Una stessa sequenza di bit può rappresentare informazione differente.

Per esempio 01000001 rappresenta

- l'intero 65
- il carattere 'A'
- il colore di un puntino sullo schermo

Calcolatore e Informazione



Rappresentazione del testo (1)

**Codifica ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
Standard su 7 bit (il primo bit del byte sempre 0)**

Sequenze	Caratteri
00110000	0
00110001	1
00110010	2
...	...
00111001	9
...	...
01000001	A
01000010	B
01000011	C
...	...
01100001	a
01100010	b
...	...

01000011
01100001
01110010
01101111
00100000
01100001
01101110
01101001
01100011
01101111
00101100

Caro amico,



Rappresentazione del testo (2)

Codifica ASCII – Tabella di corrispondenza

3 cifre più significative

000	001	010	011	100	101	110	111	
NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p	0000
SOH	XON	!	1	A	Q	a	q	0001
STX	DC2	"	2	B	R	b	r	0010
ETX	XOFF	#	3	C	S	c	s	0011
EQT	DC4	\$	4	D	T	d	t	0100
ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u	0101
ACK	SYN	&	6	F	V	f	v	0110
BEL	ETB	'	7	G	W	g	w	0111
BS	CAN	(8	H	X	h	x	1000
HT	EM)	9	I	Y	i	y	1001
LF	SUB	*	:	J	Z	j	z	1010
VF	ESC	+	;	K	[k	{	1011
FF	FS	,	<	L	\	l		1100
CR	GS	-	=	M]	m	}	1101
SO	RS	.	>	N	^	n	~	1110
SI	US	/	?	O	_	o	DEL	1111

4 cifre meno
significative

Rappresentazione dei numeri naturali (1)

Base dieci

◆ Cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9

◆ Rappresentazione posizionale

$(123)_{dieci}$ *significa* $1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

Base due

◆ Cifre: 0, 1

◆ Rappresentazione posizionale

$(11001)_{due}$ *significa* $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 (= 25)_{dieci}$

Rappresentazione dei numeri naturali (2)

Data una base $\beta \geq \text{due}$

Ogni numero naturale N minore di β ($N < \beta$) è associato ad un simbolo elementare detto **cifra**

BASE	CIFRE
due	0 1
cinque	0 1 2 3 4
otto	0 1 2 3 4 5 6 7
sedici	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Rappresentazione dei numeri naturali (3)

I numeri naturali maggiori o uguali a β possono essere rappresentati da una sequenza di cifre secondo la *rappresentazione posizionale*

Se un numero naturale $N \geq \beta$ è rappresentato in base β dalla sequenza di cifre:

$$a_{p-1}a_{p-2} \dots a_1a_0$$

allora N può essere espresso come segue:

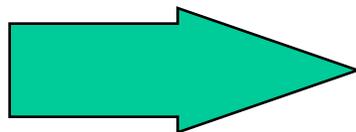
$$N = \sum_{i=0}^{p-1} a_i \beta^i = a_{p-1} \beta^{p-1} + a_{p-2} \beta^{p-2} + \dots + a_2 \beta^2 + a_1 \beta + a_0$$

dove a_0 è detta «cifra meno significativa» e a_{p-1} «cifra più significativa»

Rappresentazione dei numeri naturali (4)

Data una sequenza di cifre in base β , a quale numero naturale corrisponde?

Sequenze
di simboli
(in base β)



Sequenze
di simboli
(in base 10)

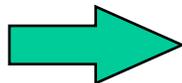
$a_{p-1}a_{p-2} \dots a_1a_0$

$N?$

656_8

$A03_{16}$

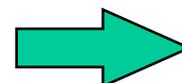
1101_2



$$6 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0$$

$$10 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0$$

$$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$



430

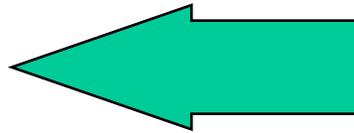
2563

13

Rappresentazione dei numeri naturali (5)

Data la base β ed un numero naturale N , trovare la sequenza di cifre che rappresenta N in base β

Sequenze
di simboli
(in base β)



Sequenze
di simboli
(in base 10)

$a_{p-1}a_{p-2} \dots a_1a_0$

N

Rappresentazione dei numeri naturali (6)

Esempio: da base 10 a base 2

$$N = 23$$

inizio

	QUOZIENTE	RESTO	Rappresentazione
	23	-	
div 2	11	1	$11*2+1$
div 2	5	1	$((5*2)+1)*2+1$
div 2	2	1	$((((2*2)+1)*2)+1)*2+1$
div 2	1	0	$(((((1*2)+0)*2)+1)*2)+1)*2+1$
div 2	0	1	$(((((0*2+1)*2+0)*2+1)*2+1)*2)+1$

fine

$$(10111)_{due}$$

$$a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$$

che in base dieci vale $1*2^4 + \dots + 1*2^0 = (23)_{dieci}$, cvd

Rappresentazione dei numeri naturali (7)

Sia **mod** il resto e **div** il quoziente della divisione intera

Procedimento mod/div

$$q_0 = N$$

Se $q_0 = 0$ porre $a_0 = 0$;

altrimenti eseguire la seguente procedura iterativa:

$$a_0 = q_0 \bmod \beta \qquad q_1 = q_0 \operatorname{div} \beta$$

$$a_1 = q_1 \bmod \beta \qquad q_2 = q_1 \operatorname{div} \beta$$

...

fino a che q_p è uguale a 0;

Esempio:

$$23 \operatorname{div} 2 = 11$$

$$23 \bmod 2 = 1$$

Il procedimento si arresta quando $q_p = 0$, dove p è il numero di cifre necessario per rappresentare N in base β

Rappresentazione dei numeri naturali (8)

Inizio $q_0 = N$

	QUOZIENTE	RESTO
	$q_0 = N$	-
div β	$q_1 = q_0 / \beta$	a_0
div β	$q_2 = q_1 / \beta$	a_1
div β	$q_3 = q_2 / \beta$	a_2
div β	$q_4 = q_3 / \beta$	a_3
div β	$q_5 = q_4 / \beta$	a_4
div β	$q_6 = q_5 / \beta$	a_5
	$q_7 = \mathbf{0}$	a_6

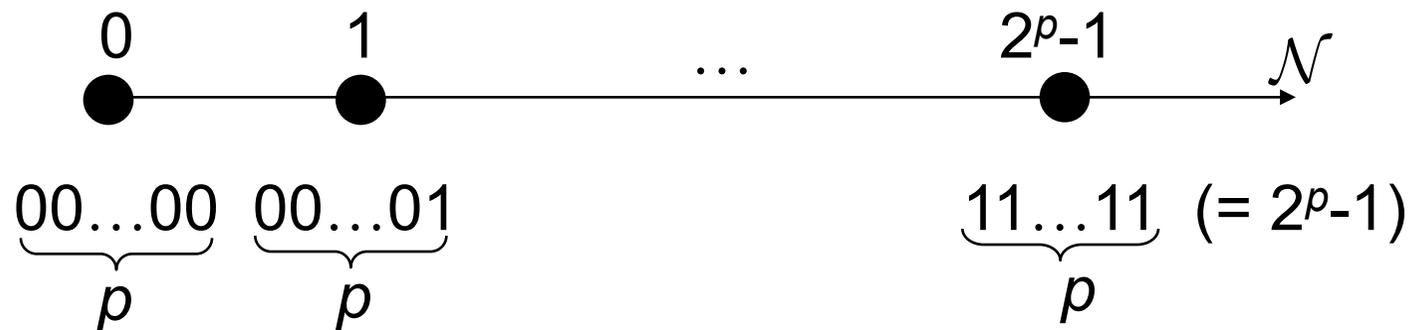
fine

$$N = a_6 \cdot \beta^6 + a_5 \cdot \beta^5 + a_4 \cdot \beta^4 + a_3 \cdot \beta^3 + a_2 \cdot \beta^2 + a_1 \cdot \beta^1 + a_0 \cdot \beta^0$$

Rappresentazione dei numeri naturali (9)

Potenza della base: $2^p \leftrightarrow (1\underbrace{00\dots00}_p)_{due}$

Intervallo di rappresentabilità con p bit



p	Intervallo $[0, 2^p - 1]$
8	$[0, 255]$
16	$[0, 65535]$
32	$[0, 4294967295]$

Rappresentazione dei numeri naturali (10)

Calcolatore lavora con un numero finito di bit

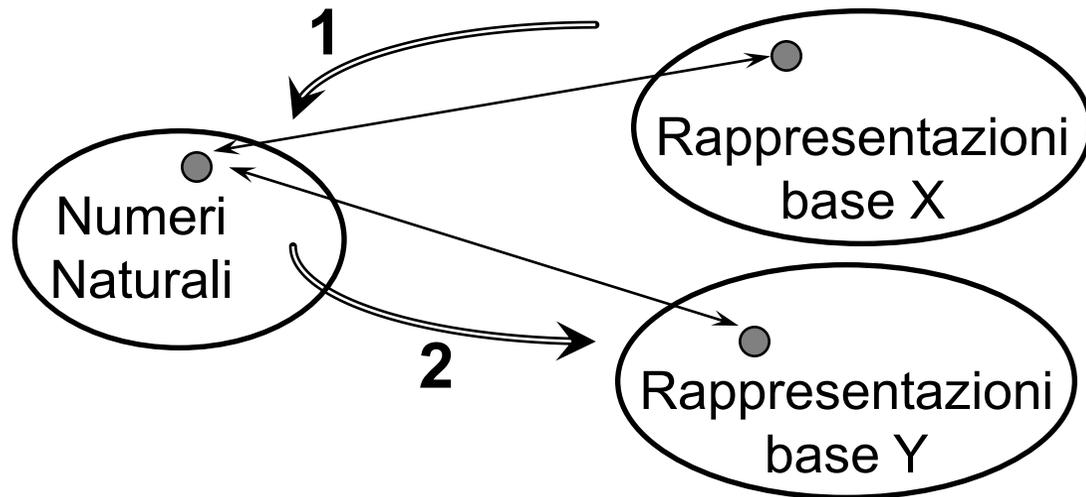
- ◆ Supponiamo che $p = 16$ bit
- ◆ $A = 0111011011010101$ (30421)
 $B = 1010100001110111$ (43127)
- ◆ Poiché $A + B$ (73552) è maggiore di $2^p - 1$ (65535), quindi non è rappresentabile su p bit, si dice che la somma ha dato luogo ad **overflow**
- ◆ In generale, ci vogliono $p+1$ bit per la somma di due numeri di p bit

$$A = 1111111111111111 \quad (65535)$$

$$B = 1111111111111111 \quad (65535)$$

$$11111111111111110 \quad (131070)$$

Numeri naturali - Cambio di base (1)



Da base X a base Y

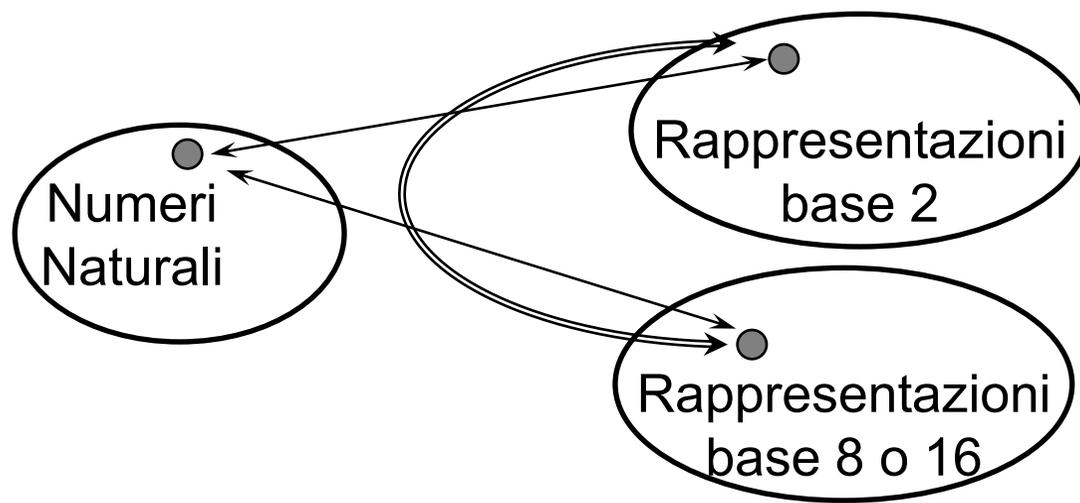
Trovare la rappresentazione in base 9 di $(1023)_{cinque}$

1) Trasformo in base 10 ed ottengo 138

2) Applico il procedimento mod/div ed ottengo $(163)_{nove}$

Numeri naturali - Cambio di base (2)

Casi particolari (potenze di 2)



$\beta = 8$

0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

$\beta = 16$

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

$$\begin{array}{c}
 (657)_{\text{otto}} \\
 \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\
 (110 \ 101 \ 111)_{\text{due}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 (A03)_{\text{sedici}} \\
 \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\
 (1010 \ 0000 \ 0011)_{\text{due}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 (FFE4)_{\text{sedici}} \\
 \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\
 (1111 \ 1111 \ 1110 \ 0100)_{\text{due}}
 \end{array}$$

Rappresentazione modulo e segno: $a \Rightarrow \mathbf{A}$

Sia a (es. $a=+3$, $a=-3$, ...) il numero intero che si vuole rappresentare *in modulo e segno* su p bit. La rappresentazione \mathbf{A} (es. 0011, 1011, ...) di a è data da:

$$\mathbf{A} = a_{p-1}, \dots, a_0 = (\text{segno}_a, \text{ABS}_a)$$

dove ABS_a è la rappresentazione (come numero naturale) del valore assoluto di a su $p-1$ bit (in particolare ABS_a è rappresentato mediante i bit a_{p-2}, \dots, a_0), e segno_a è un unico bit che vale 0 se $a \geq 0$ e 1 se $a \leq 0$.

NB: ad $a=0$ corrispondono due rappresentazioni: *+zero* (0,00..0) e *-zero* (1,00..0)

Ad esempio, per $p = 4$ si ha:

$a=+3 \Rightarrow \text{segno}_a = 0$, $\text{ABS}_a = 011$ (naturale 3 rappresentato su 3 cifre) $\Rightarrow \mathbf{A}=0011$

$a=-3 \Rightarrow \text{segno}_a = 1$, $\text{ABS}_a = 011$ (naturale 3 rappresentato su 3 cifre) $\Rightarrow \mathbf{A}=1011$

Rappresentazione modulo e segno: $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{a}$

Data una rappresentazione \mathbf{A} di un intero **in modulo e segno** su p bit, come si risale all'intero \mathbf{a} da esso rappresentato?

La rappresentazione \mathbf{A} va vista come composta di due parti: $\mathbf{A} = (\underbrace{a_{p-1}}, \underbrace{a_{p-2} \dots a_0})$
dopodiché:

$$\mathbf{a} = (a_{p-1} == 0) ? +ABS_a : -ABS_a$$

dove ABS_a è il naturale corrispondente ad $a_{p-2} \dots a_0$

Ad esempio, per $p = 4$ si ha:

$\mathbf{A} = 0011 \Rightarrow$ viene visto come $(0,011) \Rightarrow \mathbf{a} = +011$ (*+tre*)

$\mathbf{A} = 1011 \Rightarrow$ viene visto come $(1,011) \Rightarrow \mathbf{a} = -011$ (*-tre*)

NB: 0000 rappresenta *+zero*, mentre 1000 rappresenta *-zero*.

Numeri Interi (3)

A	$\{0,1\}^4$	a
0	0000	+0
1	0001	+1
2	0010	+2
3	0011	+3
4	0100	+4
5	0101	+5
6	0110	+6
7	0111	+7
8	1000	-0
9	1001	-1
10	1010	-2
11	1011	-3
12	1100	-4
13	1101	-5
14	1110	-6
15	1111	-7

**Rappresentazione di interi
in modulo e segno su
calcolatore con $p=4$ bit**

numero negativo \Leftrightarrow bit più significativo
della rappresentazione uguale a 1
(zero rappresentato due volte)

Intervallo di rappresentabilità in modulo e segno su p bit
(doppia rappresentazione dello zero)

$$[-(2^{p-1}-1), +2^{p-1}-1]$$

- $p = 4$ $[-7, +7]$
- $p = 8$ $[-127, +127]$
- $p = 16$ $[-32767, +32767]$

NB: prima di applicare l'algoritmo per $a \Rightarrow \mathbf{A}$ occorre verificare che a sia rappresentabile su p bit, altrimenti l'algoritmo conduce a risultati sbagliati.

Ad esempio:

tentando di rappresentare $a = -9$ su $p = 4$ bit, si ottiene:

$\mathbf{A} = (\text{segno}_a, \text{ABS}_a)$, dove $\text{segno}_a = 1$ e $\text{ABS}_a = 9$

ma il naturale 9 (1001) non è rappresentabile su 3 bit!!

Rappresentazione complemento a due: $a \Rightarrow \mathbf{A}$

Sia a (es. $a=+3$, $a=-3$, ...) il numero intero che si vuole rappresentare *in complemento a due* su p bit. La rappresentazione \mathbf{A} (es. 0011, 1101, ...) di a è data da:

$$\mathbf{A} = a_{p-1} \dots a_0 = (a \geq 0) ? ABS_a : (due^p - ABS_a)$$

dove sia ABS_a che $(due^p - ABS_a)$ sono rappresentati in base due come numeri naturali su p bit.

Ad esempio, per $p = 4$ si ha:

$a = 0 \Rightarrow ABS_a = 0$, e il naturale 0 ha rappr. 0000 su 4 bit $\Rightarrow \mathbf{A} = 0000$

$a = 1 \Rightarrow ABS_a = 1$, e il naturale 1 ha rappr. 0001 su 4 bit $\Rightarrow \mathbf{A} = 0001$

$a = 7 \Rightarrow ABS_a = 7$, e il naturale 7 ha rappr. 0111 su 4 bit $\Rightarrow \mathbf{A} = 0111$

$a = -1 \Rightarrow ABS_a = 1$, $16-1=15$, dove il naturale 15 ha rappr. 1111 su 4 bit $\Rightarrow \mathbf{A} = 1111$

$a = -2 \Rightarrow ABS_a = 2$, $16-2=14$, dove il naturale 14 ha rappr. 1110 su 4 bit $\Rightarrow \mathbf{A} = 1110$

$a = -8 \Rightarrow ABS_a = 8$, $16-8=8$, dove il naturale 8 ha rappr. 1000 su 4 bit $\Rightarrow \mathbf{A} = 1000$

Rappresentazione complemento a due: $A \Rightarrow a$

Data una rappresentazione $A = a_{p-1} \dots a_0$ di un intero in complemento a due su p bit, come si risale all'intero a da esso rappresentato?

$$a = (a_{p-1} == 0) ? +A : -(2^p - A)$$

dove sia A che $(2^p - A)$ vengono visti come naturali su p bit.

Ad esempio, per $p = 4$ si ha:

$$A = 0000 \Rightarrow a = 0 \text{ (zero)}$$

$$A = 0001 \Rightarrow a = +1 \text{ (+uno)}$$

$$A = 0111 \Rightarrow a = +7 \text{ (+sette)}$$

$$A = 1000 \Rightarrow 16 - 8 = 8 \Rightarrow a = -8 \text{ (-otto)}$$

$$A = 1001 \Rightarrow 16 - 9 = 7 \Rightarrow a = -7 \text{ (-sette)}$$

$$A = 1111 \Rightarrow 16 - 15 = 1 \Rightarrow a = -1 \text{ (-uno)}$$

Numeri Interi (7)

A	$\{0,1\}^4$	a
0	0000	0
1	0001	+1
2	0010	+2
3	0011	+3
4	0100	+4
5	0101	+5
6	0110	+6
7	0111	+7
8	1000	-8
9	1001	-7
10	1010	-6
11	1011	-5
12	1100	-4
13	1101	-3
14	1110	-2
15	1111	-1

Rappresentazione di interi in complemento a due su calcolatore con $p=4$ bit

Anche in questo caso:

*numero negativo \Leftrightarrow bit più significativo
della rappresentazione uguale a 1*

Inoltre, a differenza della
rappresentazione in modulo e segno,
non viene sprecata nessuna
rappresentazione (lo zero è
rappresentato una volta sola)

Intervallo di rappresentabilità in complemento a due su p bit

$$[-2^{p-1}, +2^{p-1}-1]$$

- $p = 4$ $[-8, +7]$
- $p = 8$ $[-128, +127]$
- $p = 16$ $[-32768, +32767]$

NB: prima di applicare l'algoritmo per $a \Rightarrow \mathbf{A}$ occorre verificare che a sia rappresentabile su p bit, altrimenti l'algoritmo conduce a risultati sbagliati.

Ad esempio, tentando di rappresentare $a = -9$ su $p = 4$ bit, si ottiene:

$$\mathbf{A} = (2^4 - 9) = 16 - 9 = 7 \Rightarrow 0111,$$

ma è sbagliato! Infatti -9 non è rappresentabile su 4 bit, ne servono almeno 5!

Che il risultato fosse sbagliato si poteva dedurre dal fatto che la rappresentazione del negativo -9 iniziava per 0 (0111 è infatti la rappresentazione di $a = +7$ su 4 bit!).

(su 5 bit, $a = -9$ ha rappresentazione $(2^5 - 9) = 23 \Rightarrow \mathbf{A} = 10111$)

Numeri Interi (9)

A $\{0,1\}^5$

a^{ms}

a^{c2}

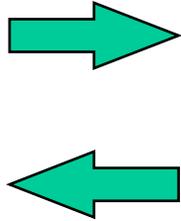
0	00000	+0	+0
1	00001	+1	+1
2	00010	+2	+2
3	00011	+3	+3
4	00100	+4	+4
5	00101	+5	+5
6	00110	+6	+6
7	00111	+7	+7
8	01000	+8	+8
9	01001	+9	+9
10	01010	+10	+10
11	01011	+11	+11
12	01100	+12	+12
13	01101	+13	+13
14	01110	+14	+14
15	01111	+15	+15
16	10000	-0	-16
17	10001	-1	-15
18	10010	-2	-14
19	10011	-3	-13
20	10100	-4	-12
21	10101	-5	-11
22	10110	-6	-10
23	10111	-7	-9
24	11000	-8	-8
25	11001	-9	-7
26	11010	-10	-6
27	11011	-11	-5
28	11100	-12	-4
29	11101	-13	-3
30	11110	-14	-2
31	11111	-15	-1

**Rappresentazioni in
modulo e segno e in
complemento a due
su $p=5$ bit
messe a confronto**

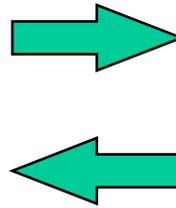
Osservazione:
*In complemento a due, $a=-1$
è sempre rappresentazione
dalla sequenza 11....11*

Numeri Interi (10)

$$\begin{array}{r} -2 \\ +1 \\ \hline -1 \end{array}$$



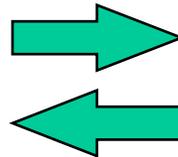
*compl.
a due*



1110
0001
1111

Sommatore per
naturali

*Operazioni su
numeri*



*Operazioni sulle
rappresentazioni*

QUESTO è il motivo per cui i calcolatori rappresentano gli interi in complemento a due: non occorre una nuova circuiteria per sommare e sottrarre numeri interi, viene utilizzata la stessa dei numeri naturali!

Numeri Interi (11)

Sommando due numeri interi si verifica un **overflow** quando i due numeri hanno lo stesso segno ed il risultato ha segno diverso

Overflow

Ok

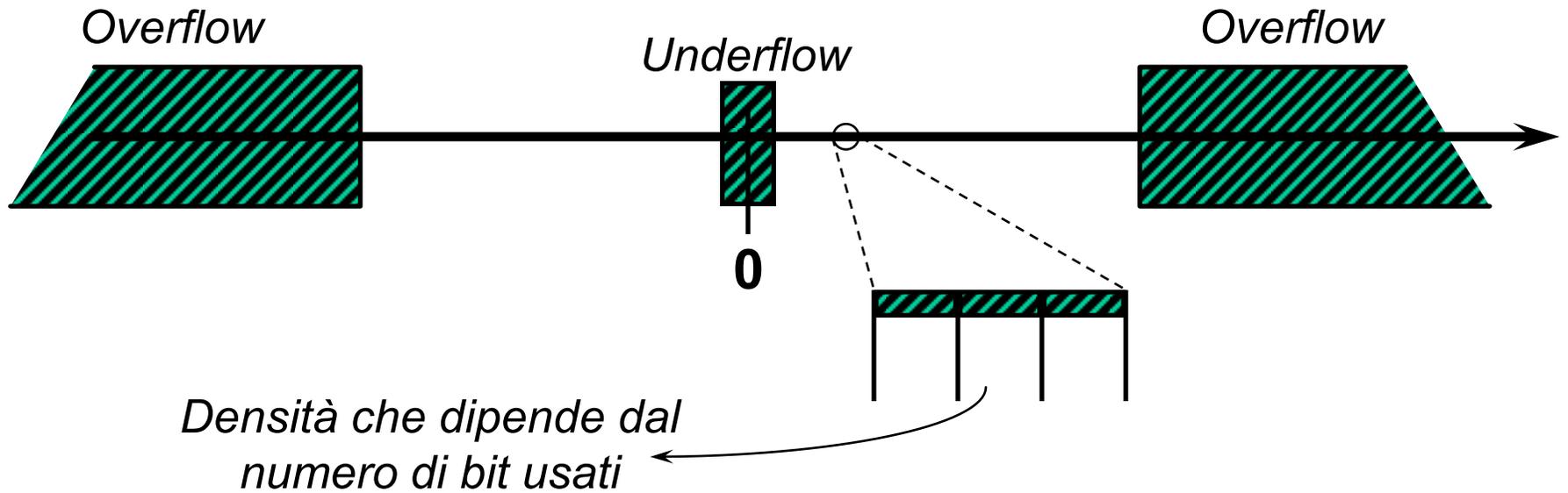
$7+5=12$	$0111 +$		$7-1=6$	$0111 +$
	0101			1111
	-----			-----
	$1100 \Rightarrow -4$			$10110 \Rightarrow 6$

NB: L'1 più significativo viene scartato.
0110 su 4 bit è il risultato corretto cercato

Numeri Reali

**Sottoinsieme
discreto** dei Numeri
Razionali

Sequenze
di bit



Numeri Reali – Virgola fissa (1)

- ❑ Si usa un numero fisso di bit per la parte intera ed un numero fisso di bit per la parte frazionaria.
- ❑ Sia r un numero reale da rappresentare. Di seguito, indichiamo con $I(r)$ la parte intera e con $F(r)$ la parte frazionaria di r
- ❑ Siano p i bit per rappresentare r : f per la parte frazionaria e $(p-f)$ i bit la parte intera:

$$R = a_{p-f-1} \dots a_0 \ a_{-1} \dots a_{-f} \quad r \cong a_{p-f-1} 2^{p-f-1} + \dots + a_0 2^0 + a_{-1} 2^{-1} \dots + a_{-f} 2^{-f}$$

Esempio: +1110.01 in base *due* vale +14.25 in base *dieci*

- ❑ La virgola non si rappresenta.
- ❑ La parte intera $I(r)$ si rappresenta con le tecniche note.
- ❑ Per la parte frazionaria si usa il procedimento seguente:

Numeri Reali – Virgola fissa(2)

$$f_0 = F(r)$$

Se $f_0 \neq 0$ eseguire la seguente procedura iterativa:

$$a_{-1} = I(f_0 * 2) \qquad f_1 = F(f_0 * 2)$$

$$a_{-2} = I(f_1 * 2) \qquad f_2 = F(f_1 * 2)$$

...

fino a che f_j uguale a zero oppure si è raggiunta la precisione desiderata

Esempio:

$$p = 16 \text{ e } f = 5$$

$$r = +331,6875$$

Numeri Reali – Virgola fissa(3)

QUOZIENTE	RESTO
331	-
165	1
82	1
41	0
20	1
10	0
5	0
2	1
1	0
0	1



- Dalla rappresentazione dei numeri naturali: $331 \Leftrightarrow 101001011$;

Numeri Reali – Virgola fissa(4)

PRODOTTO	I	F
$0.6875 \cdot 2 \rightarrow 1.375$	1	0.375
$0.375 \cdot 2 \rightarrow 0.75$	0	0.75
$0.75 \cdot 2 \rightarrow 1.5$	1	0.5
$0.5 \cdot 2 \rightarrow 1$	1	0



- $r = +10100101110110 \Rightarrow R = 0010100101110110$
- Parte frazionaria \rightarrow
 $1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} \rightarrow 0,5 + 0,125 + 0,0625 \rightarrow 0,6875$
- Dall'algoritmo precedente: $0,6875 \Leftrightarrow 0,1011$
- $r = (+101001011,1011)$ base due

ERRORE DI TRONCAMENTO

Rappresentare $x = 2.3$ con $f = 6$.

Per esprimere x sono necessarie un numero infinito di cifre.

Ne abbiamo a disposizione solo 6. Quindi si opera un troncamento alla 6^a cifra dopo la virgola.

Quindi, in realtà si rappresenta non x ma il numero x'

$$x' = 10.010011$$

$$x' = 2 + 2^{-2} + 2^{-5} + 2^{-6} = 2 + 0.25 + 0.03125 + 0.015625 = 2.296875$$

CALCOLO DI FISICA ASTRONOMICA

$m_e = 9 \times 10^{-28}$ gr; $m_{\text{sole}} = 2 \times 10^{33}$ gr \Rightarrow Intervallo di variazione $\approx 10^{60}$.

Sarebbero quindi necessarie almeno 62 cifre, di cui 28 per la parte frazionaria.

Si hanno tante cifre perché l'intervallo da rappresentare è grande \Rightarrow si separa l'intervallo di rappresentabilità dalla precisione, cioè dal numero di cifre.

Notazione Scientifica

$$r = \pm m \cdot \beta^e \quad m = \text{mantissa}; e = \text{esponente}$$

L'intervallo di rappresentabilità è fissato dal numero di cifre dell'esponente.

La precisione è fissata dal numero di cifre della mantissa.

Diverse rappresentazioni

Si fissa una forma standard

3.14

0.314 10^{+1}

31.4 10^{-1}

Numeri Reali – Virgola mobile(2)

Rappresentazione di un numero binario in virgola mobile:

+1110.01 numero reale binario in virgola fissa



esponenti espressi in binario

$+1.11001 \cdot due^{+11}$

... ..

$+111001 \cdot due^{-10}$

(alcune possibili rappresentazioni in virgola mobile)

Numeri reali *normalizzati*:

- mantissa con parte intera costituita da un solo bit di valore 1
- rappresentazione è una tripla costituita da un bit e da due numeri naturali

$$r \leftrightarrow \langle s, E, F \rangle$$

Standard IEEE 754-1985

s = codifica del segno (1 bit)

F = codifica della mantissa su M bit

E = codifica dell'esponente su K bit

$$r = (s == 0) ? [(1+f) \cdot 2^e] : [-(1+f) \cdot 2^e]$$

$f = F/2^M$ è la parte frazionaria della mantissa

$e = +E - (2^{K-1} - 1)$ è l'esponente rappresentato dal numero naturale E (*rappresentazione con polarizzazione*)

“uno implicito ” \Rightarrow lo zero non è rappresentabile

Half precision a 16 bit con $K = 5$ e $M = 10$.

Esempio :

$R = \{1,10011,1110100101\}$ rappresenta il numero reale
negativo con:

$$f = F/2^M = F/2^{\text{dieci}} = 0.1110100101$$

$$e = + E - (2^{K-1} - 1) = +10011 - (+01111) = +100$$

$$r = -1.1110100101 \cdot \text{due}^{+100} = -11110.100101$$

$$r = -30.578125 \text{ in base } \textit{dieci}$$

Numeri Reali – Virgola mobile(5)

Esempio (numeri con modulo massimo, i cosiddetti $\pm \infty$):

$R = \{0, 11111, 1111111111\}$ (massimo numero rappresentabile)

$R = \{1, 11111, 1111111111\}$ (minimo numero rappresentabile)

$$f = F/2^M = F/2^{\text{dieci}} = 0.1111111111$$

$$e = +E - (2^{K-1} - 1) = +11111 - (+01111) = +10000$$

$$|r| = 1.1111111111 \cdot \text{due}^{+10000}$$

$$|r| = 1.31008 \cdot 10^{+5} \text{ in base } \textit{dieci}$$

Numeri Reali – Virgola mobile(6)

Esempio (numeri con modulo minimo, i cosiddetti ± 0):

$R = \{0, 00000, 00000000000\}$ (minimo numero positivo)

$R = \{1, 11111, 1111111111\}$ (massimo numero negativo)

$$f = F/2^M = F/2^{\text{dieci}} = 0.00000000000$$

$$e = +E - (2^{K-1} - 1) = +00000 - (+01111) = -01111$$

$$|r| = 1.00000000000 \cdot \text{due}^{-01111}$$

$$|r| = 2^{-15} \cong 0.31 \cdot 10^{-4}$$

Numeri Reali – Virgola mobile(7)

Standard IEEE 754-1985 prevede:

Rappresentazione in *single precision* su 32 bit con $K = 8$ e $M = 23$
Intervallo di rappresentabilità:

massimo modulo	$6,8 \cdot 10^{+38}$
minimo modulo	$2^{-127} \cong 0,58 \cdot 10^{-38}$

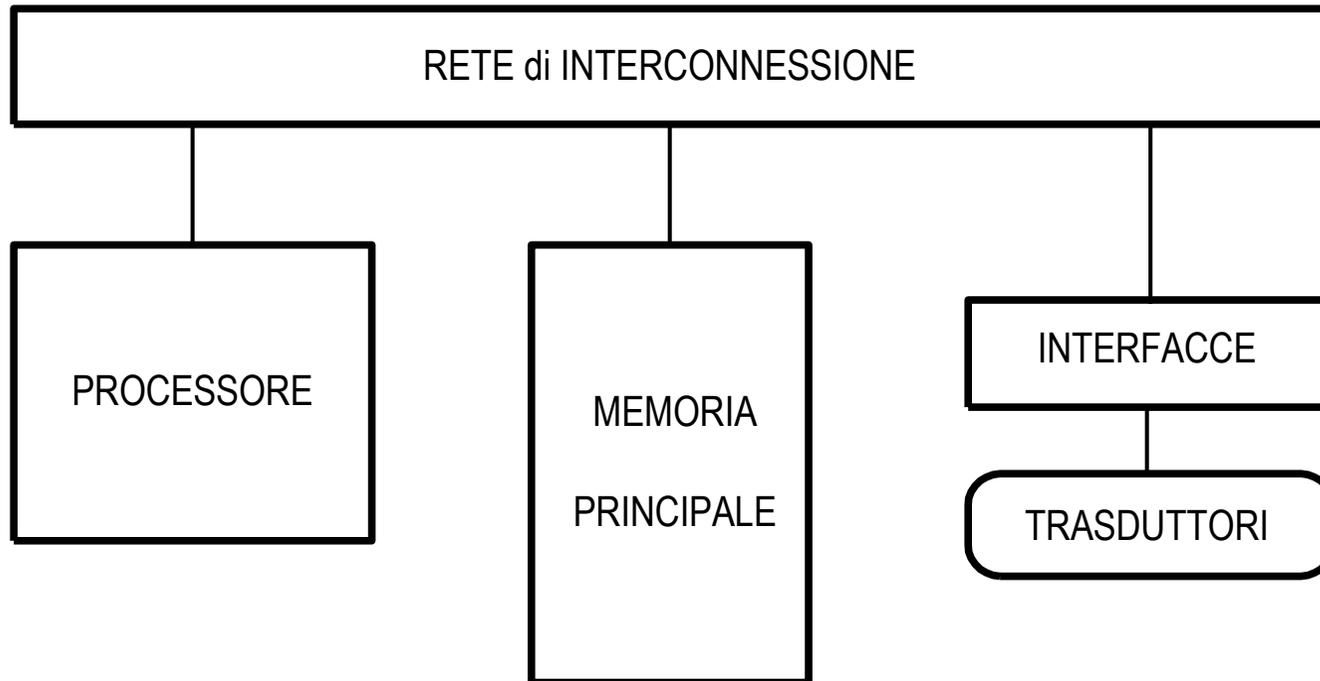
Rappresentazione in *double precision* su 64 bit con $K = 11$ e $M = 52$
Intervallo di rappresentabilità:

massimo modulo	$+3,6 \cdot 10^{308}$
minimo modulo	$2^{-1023} \cong 0,11 \cdot 10^{-307}$

IEEE 754-2008 aggiunge:

rappresentazione in *quadruple precision* su 128 bit con $K = 15$ e $M = 112$

Architettura di von Neumann (1946)



La memoria contiene dati e programmi (istruzioni) codificati in forma binaria

Il processore ripete all'infinito le azioni seguenti :

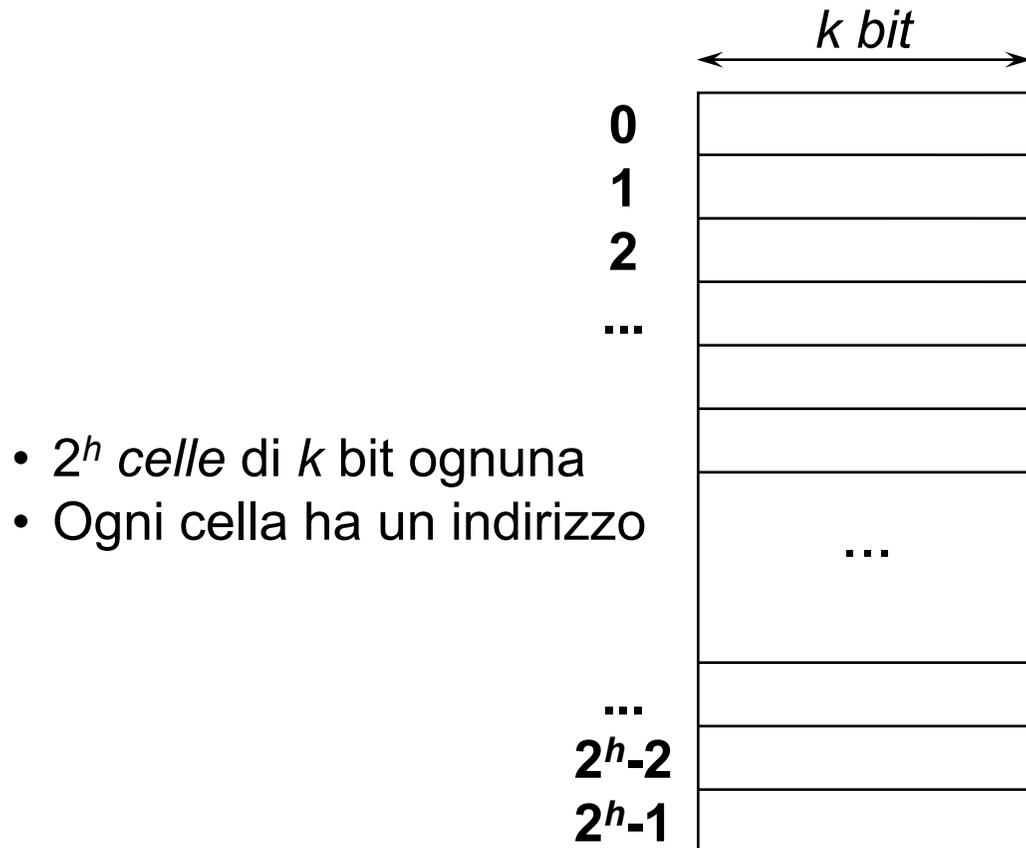
- preleva una nuova istruzione dalla memoria
- la decodifica
- la esegue

L'esecuzione di un'istruzione può comportare

- » Elaborazione e/o Trasferimento (memoria ↔ processore, I/O ↔ processore)

Le periferiche permettono al calcolatore di interagire con il mondo esterno

Struttura logica della memoria

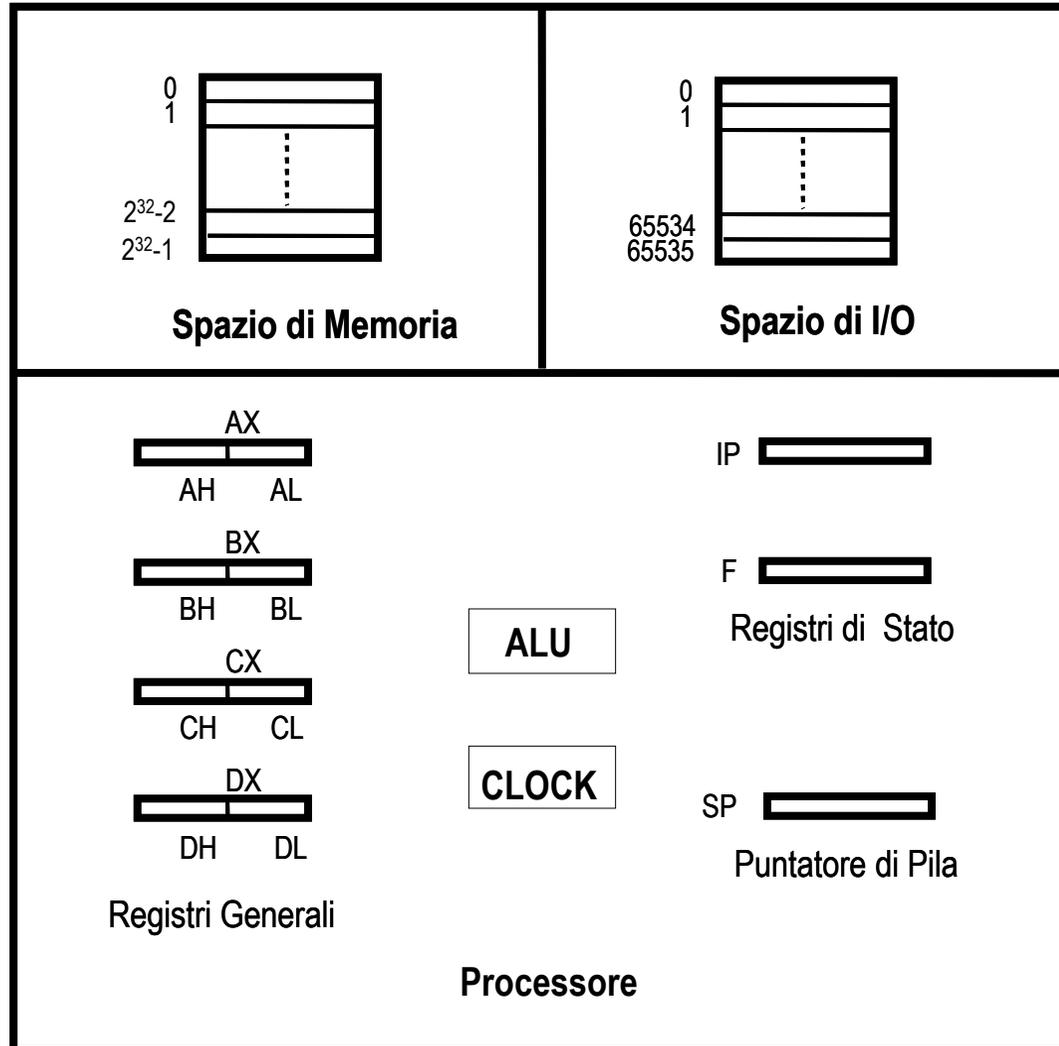


- 2^h celle di k bit ognuna
- Ogni cella ha un indirizzo

OPERAZIONI

1. LETTURA di UNA cella
2. SCRITTURA di UNA cella

Struttura logica del processore (1)



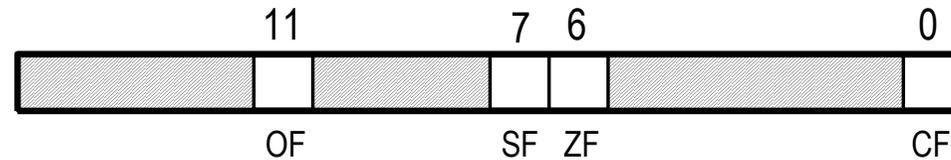
Struttura logica del processore (2)

Registro Stack Pointer SP

Registri di stato:

Instruction Pointer IP

Flag register F



Carry Flag CF

Zero Flag ZF

SignFlag SF

Overflow Flag OF

Formato delle Istruzioni:

ELAB source destination

ELAB source

ELAB destination

Istruzioni operative (1)

Istruzioni per il trasferimento di dati

MOV	Movimento (ricopiamento)
PUSH	Immissione di una word nella pila
POP	Estrazione di una word dalla pila
IN	Ingresso dati
OUT	Uscita dati

Istruzioni aritmetiche

ADD	Somma (fra interi oppure naturali)
SUB	Sottrazione (fra interi oppure naturali)
CMP	Confronto (fra interi oppure naturali)
MUL	Moltiplicazione (fra naturali)
DIV	Divisione (fra naturali)
IMUL	Moltiplicazione (fra interi)
IDIV	Divisione (fra interi)

Istruzioni operative (2)

Istruzioni logiche

NOT	Not logico bit a bit
AND	And logico bit a bit
OR	Or logico bit a bit

Istruzioni di traslazione/rotazione

SHL	Traslazione a sinistra
SHR	Traslazione a destra
ROL	Rotazione a sinistra
ROR	Rotazione a destra

Istruzioni di controllo

Istruzioni di salto

JMP	Salto incondizionato
Jcond	Salto sotto condizione

Istruzioni per la gestione dei sottoprogrammi

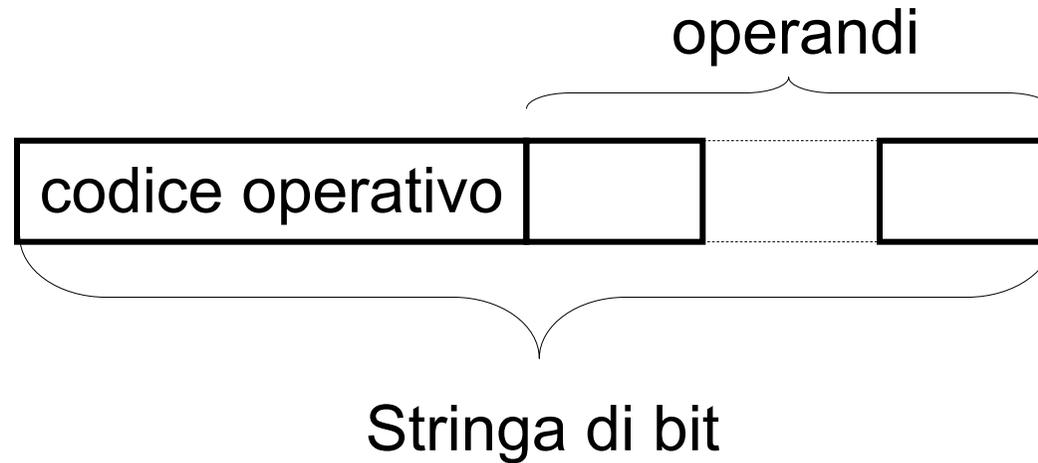
CALL	Chiamata di sottoprogramma
RET	Ritorno da sottoprogramma

Istruzione di alt

HLT	Alt
-----	-----

Formato delle istruzioni

Le istruzioni sono codificate come sequenze di bit.



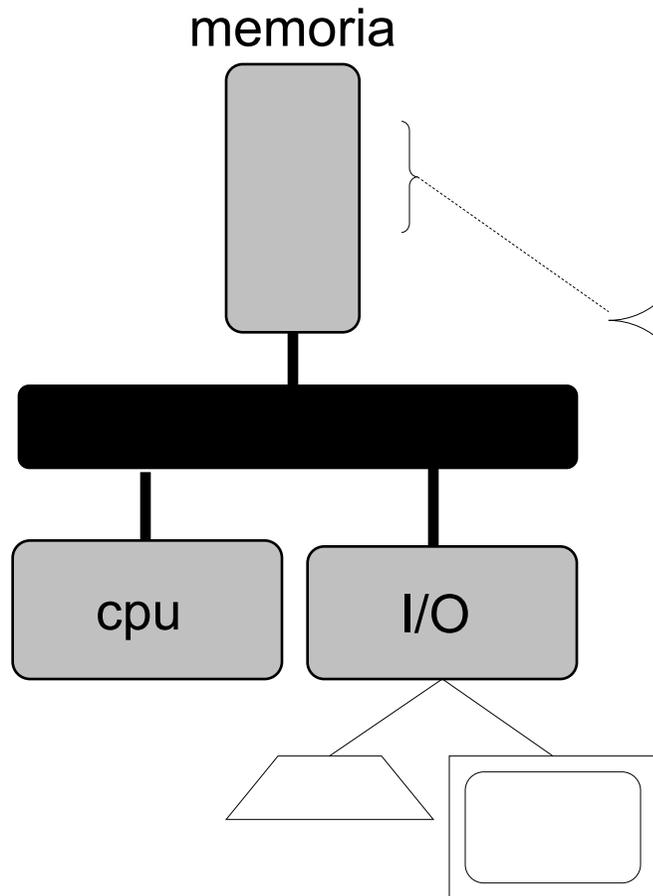
Esempio

Codice Operativo	Operandi
0000	00110011 0001
MOV	immediato 51 %AL

Esempio di programma (1)

100	00000000	<i>Dato da elaborare (una WORD)</i>
102	00000000	<i>Risultato (un BYTE)</i>
103		
...		
...		
200	<i>MOV \$0, %AL</i>	<i>Azzera il contatore AL</i>
203	<i>MOV (100), %DX</i>	<i>Copia in DX il dato da elaborare</i>
207	<i>CMP %DX, \$0</i>	<i>Confronta il contenuto di DX con 0</i>
211	<i>JE 232</i>	<i>Salta se uguale</i>
215	<i>SHL %DX</i>	<i>Trasla a sinistra il contenuto di DX</i>
217	<i>JC 225</i>	<i>Salta se CF è settato all'indirizzo 225</i>
221	<i>JMP 207</i>	<i>Salta incondizionatamente a 207</i>
225	<i>ADD \$1, %AL</i>	<i>Incrementa il contatore AL</i>
228	<i>JMP 207</i>	<i>Salta incondizionatamente</i>
232	<i>MOV %AL, (102)</i>	<i>Memorizza il risultato</i>
236	<i>HLT</i>	<i>ALT</i>
237		

Esempio di programma (2)



(100) 01000000
(101) 00010001
(102) 01000010

(200) 01000000
(201) 00010001
(202) 01000010
00010010
01100001
00010010
01010010

Livelli di astrazione dei Linguaggi

Esistono linguaggi a vari livelli di astrazione

Linguaggio macchina sequenze di bit (difficile da leggere e capire)
0001001000110100

Linguaggio Assembler istruzioni macchina espresse con nomi
simbolici (dipendente dalla macchina)
MOV \$35, %AL

Linguaggi ad Alto livello indipendenti dalla macchina

```
int main()
{
    ...
}
```

Semplice programma in C++

```
// Somma di due numeri interi inseriti da tastiera
```

```
int main()
{
    int a, b;
    cout << "immettere due numeri" << endl;
    cin >> a;
    cin >> b;
    int c = a + b;
    cout << "Somma: " << c << endl;
    return 0;
}
```

Definizione di informatica

Informatica (definizione informale): è la scienza della rappresentazione e dell'elaborazione dell'informazione

Informatica (definizione formale dell'Association for Computing Machinery - ACM): è lo studio sistematico degli algoritmi che descrivono e trasformano l'informazione, la loro teoria e analisi, il loro progetto, e la loro efficienza, realizzazione e applicazione.

Algoritmo: sequenza precisa e finita di operazioni, comprensibili e perciò eseguibili da uno strumento informatico, che portano alla realizzazione di un compito.

Esempi di algoritmi:

- Istruzioni di montaggio di un elettrodomestico
- Somma in colonna di due numeri
- Bancomat

Compito dell'esperto informatico: data la descrizione di un problema, produrre algoritmi (cioè capire la sequenza di passi che portano alla soluzione del problema) e codificarli in programmi.

- La descrizione di un problema non fornisce in generale un modo per risolverlo.
- La descrizione del problema deve essere chiara e completa.

Calcolatori Elettronici come esecutori di algoritmi: gli algoritmi vengono descritti tramite programmi, cioè sequenze di istruzioni scritte in un opportuno linguaggio comprensibile al calcolatore.

Algoritmo (1)

Algoritmo: sequenza precisa (non ambigua) e finita di operazioni, che portano alla realizzazione di un compito.

Le operazioni utilizzate appartengono ad una delle seguenti categorie:

1. Operazioni sequenziali

Realizzano una singola azione. Quando l'azione è terminata passano all'operazione successiva.

2. Operazioni condizionali

Controllano una condizione. In base al valore della condizione, selezionano l'operazione successiva da eseguire.

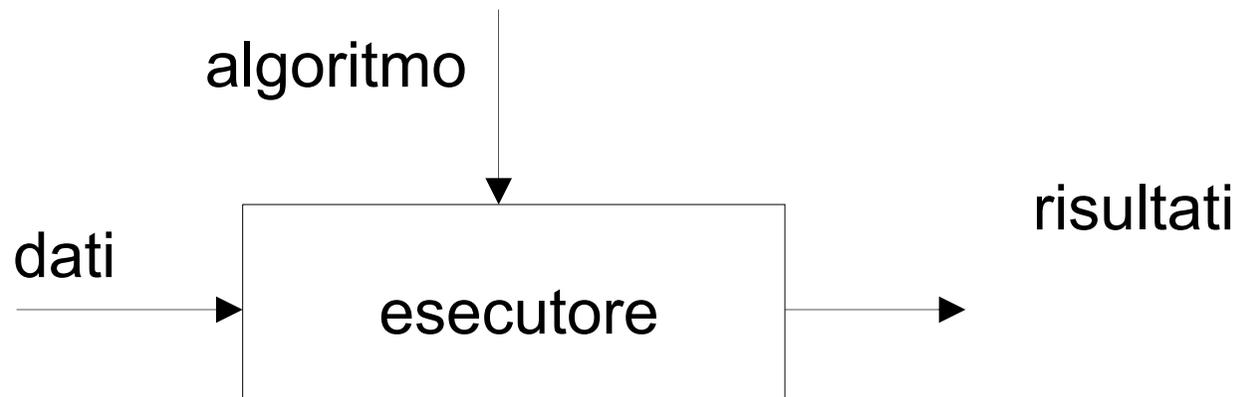
3. Operazioni iterative

Ripetono l'esecuzione di un blocco di operazioni, finchè non è verificata una determinata condizione.

Algoritmo (2)

L'esecuzione delle azioni nell'ordine specificato dall'algoritmo consente di risolvere il problema.

Risolvere il problema significa produrre risultati a partire da dati in ingresso



L'algoritmo deve essere applicabile ad un qualsiasi insieme di dati in ingresso appartenenti al dominio di definizione dell'algoritmo (se l'algoritmo si applica ai numeri interi deve essere corretto sia per gli interi positivi che per gli interi negativi)

Calcolo equazione $ax+b = 0$

- leggi i valori di a e di b
- calcola $-b$
- dividi quello che hai ottenuto per a e chiama x il risultato
- stampa x

Calcolo del massimo fra due numeri

- leggi i valori di a e di b
- **se** $a > b$ stampa a **altrimenti** stampa b

Algoritmo (4)

Calcolo del massimo di un insieme

- scegli un elemento come massimo provvisorio *max*
- per ogni elemento *i* dell'insieme:
 - se** $i > max$ eleggi *i* come nuovo massimo provvisorio *max*
- il risultato è *max*

Stabilire se una parola *P* precede alfabeticamente una parola *Q*.

Ipotesi: *P* e *Q* di uguale lunghezza ≥ 1

leggi *P* e *Q*; **inizializza** trovato a 0

- **ripeti finché** (trovato vale 0 e lettere non finite)
 - se** prima lettera di *P* < prima lettera di *Q*
 - allora** scrivi vero; trovato = 1;
 - altrimenti se** prima lettera di *P* > prima lettera di *Q*
 - allora** scrivi falso; trovato = 1;
 - altrimenti** togli da *P* e da *Q* la prima lettera
- **se** trovato vale 0 **allora** scrivi falso

Algoritmo (5)

Eseguibilità: ogni azione deve essere eseguibile dall'esecutore in un tempo finito

Non-ambiguità: ogni azione deve essere univocamente interpretabile dall'esecutore

Finitezza: il numero totale di azioni da eseguire, per ogni insieme di dati in ingresso, deve essere finito

Algoritmi equivalenti

- ◆ hanno lo stesso dominio di ingresso
- ◆ hanno lo stesso dominio di uscita
- ◆ in corrispondenza degli stessi valori del dominio di ingresso producono gli stessi valori del dominio di uscita

- ◆ Due algoritmi equivalenti
 - Forniscono lo stesso risultato, ma possono avere diversa efficienza e possono essere profondamente diversi

Algoritmo (6)

Esempio: calcolo del Massimo Comun Divisore (MCD) fra due interi M e N

Algoritmo 1

- Calcola l'insieme A dei divisori di M
- Calcola l'insieme B dei divisori di N
- Calcola l'insieme C dei divisori comuni
- il massimo comun divisore è il massimo divisore contenuto in C

Algoritmo 2 (di Euclide)

Se due numeri, m e n , sono divisibili per un terzo numero, x , allora anche la loro differenza è divisibile per x .

Per dimostrarla, si può utilizzare la proprietà distributiva.

Supponiamo $m > n$.

$$m = kx$$

$$n = hx$$

$$m - n = kx - hx = x(k - h)$$

Dunque si può dire che: **$\text{MCD}(m, n) = \text{MCD}((m - n), n)$**

Algoritmo

- **ripeti finché** ($M \neq N$):
 - **se** $M > N$, sostituisci a M il valore $M - N$
 - **altrimenti** sostituisci a N il valore $N - M$
- il massimo comun divisore corrisponde a M (o a N)

Proprietà essenziali degli algoritmi:

Correttezza:

- un algoritmo è corretto se esso perviene alla soluzione del compito cui è preposto, senza difettare in alcun passo fondamentale.

Efficienza:

- un algoritmo è efficiente se perviene alla soluzione del compito cui è preposto nel modo più veloce possibile, compatibilmente con la sua correttezza.

Programmazione

La formulazione testuale di un algoritmo in un linguaggio comprensibile ad un calcolatore è detta **PROGRAMMA**.

Ricapitolando, per risolvere un problema:

- Individuazione di un procedimento risolutivo
- Scomposizione del procedimento in un insieme ordinato di azioni – **ALGORITMO**
- Rappresentazione dei dati e dell'algoritmo attraverso un formalismo comprensibile al calcolatore: **LINGUAGGIO DI PROGRAMMAZIONE**

Linguaggi di Programmazione (1)

Perché non usare direttamente il linguaggio naturale?

Il LINGUAGGIO NATURALE è un insieme di parole e di regole per combinare tali parole che sono usate e comprese da una comunità di persone

- non evita le ambiguità
- non si presta a descrivere processi computazionali automatizzabili

Occorre una nozione di linguaggio più precisa.

Un LINGUAGGIO di programmazione è una notazione formale che può essere usata per descrivere algoritmi.

Si può stabilire quali sono gli elementi linguistici primitivi, quali sono le frasi lecite e se una frase appartiene al linguaggio.

Linguaggi di Programmazione (2)

Un linguaggio è caratterizzato da:

SINTASSI - insieme di regole formali per la scrittura di programmi, che fissano le modalità per costruire frasi corrette nel linguaggio

SEMANTICA - insieme dei significati da attribuire alle frasi (sintatticamente corrette) costruite nel linguaggio

- a parole (poco precisa e ambigua)
- mediante azioni (semantica operativa)
- mediante funzioni matematiche (semantica denotazionale)
- mediante formule logiche (semantica assiomatica)

Definizione di linguaggio

Alfabeto V (lessico)

- insieme dei simboli con cui si costruiscono le frasi

Universo linguistico V^*

- insieme di tutte le frasi (sequenze finite) di elementi di V

Linguaggio L su alfabeto V

- un sottoinsieme di V^*

Come definire il sottoinsieme di V^* che definisce il linguaggio?

Specificando in modo preciso la sintassi delle frasi del linguaggio TRAMITE una **grammatica formale**

Grammatiche

Grammatica $G = \langle V, VN, P, S \rangle$

V	insieme finito di simboli terminali
VN	insieme finito di simboli non terminali
P	insieme finito di regole di produzione
S	simbolo non terminale detto simbolo iniziale

Data una grammatica G , si dice Linguaggio LG generato da G l'insieme delle frasi di V

- Derivabili dal simbolo iniziale S
- Applicando le regole di produzione P

Le frasi di un linguaggio di programmazione vengono dette programmi di tale linguaggio.

Grammatica BNF (1)

GRAMMATICA BNF (Backus-Naur Form) è una grammatica le cui regole di produzione sono della forma

$X ::= A$

X simbolo non terminale

A sequenza di simboli (terminali e non terminali)

Una grammatica BNF definisce quindi un linguaggio sull'alfabeto terminale V mediante un meccanismo di derivazione (riscrittura)

A deriva da X se esiste una sequenza di derivazioni da X ad A

$X ::= A_1$

A_2

...

A_n

unica regola che indica l'**alternativa** fra A_1, \dots, A_n

Grammatica BNF (2)

$G = \langle V, VN, P, S \rangle$

$V = \{\text{lupo, canarino, bosco, cielo, mangia, vola, canta, ., il, lo}\}$

$VN = \{\text{frase, soggetto, verbo, articolo, nome}\}$

$S = \text{frase}$

Produzioni P

frase ::= **soggetto verbo .**

soggetto ::= **articolo nome**

articolo ::= il

lo

nome ::= lupo

canarino

bosco

cielo

verbo ::= mangia

vola

canta

Esempio: derivazione della frase
"il lupo mangia."

frase -> **soggetto verbo.**

-> **articolo nome verbo.**

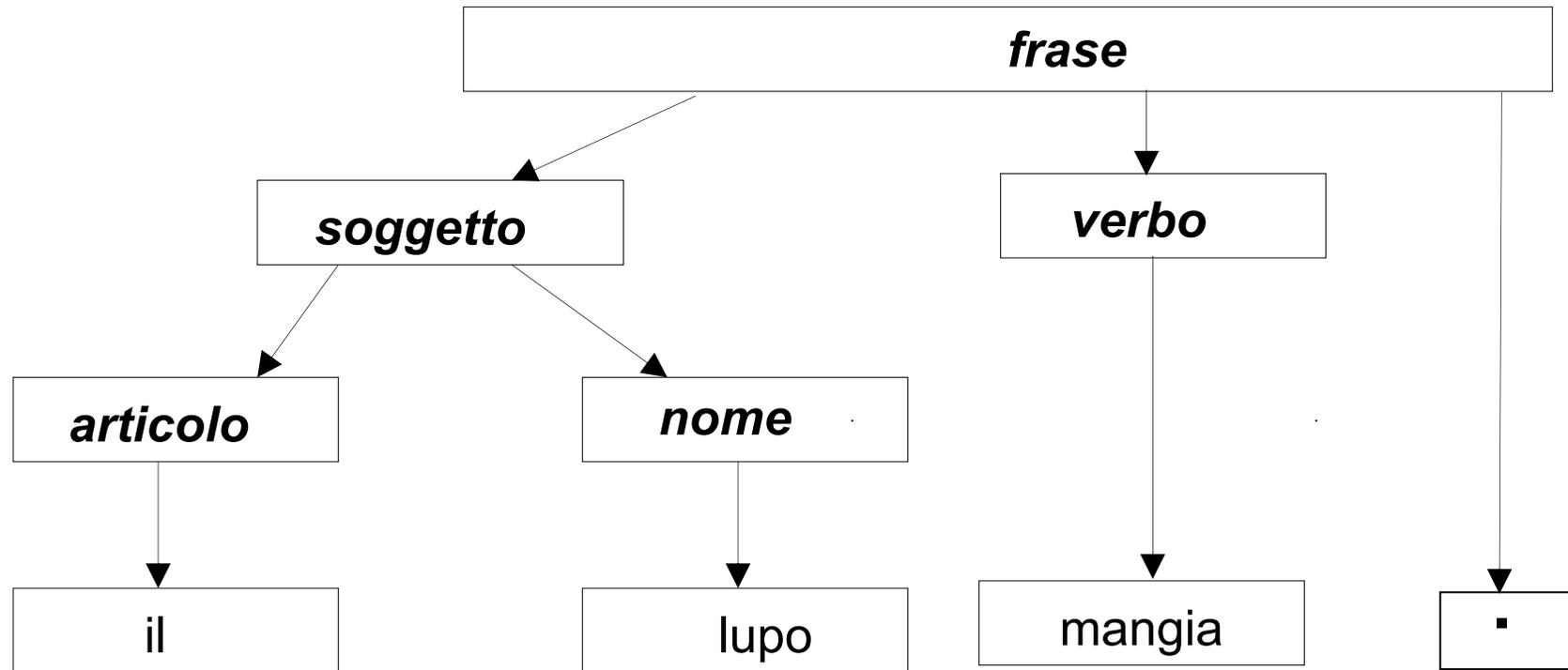
-> il **nome verbo.**

-> il lupo **verbo.**

-> il lupo mangia.

derivazione left-most

Albero sintattico



Albero sintattico: albero che esprime il processo di derivazione di una frase usando una data grammatica

Esistono programmi per generare analizzatori sintattici per linguaggi descritti con BNF

Sintassi e semantica

Scrivere un programma sintatticamente corretto non implica che il programma faccia quello per cui è stato scritto

La frase “il lupo vola” è sintatticamente corretta ma non è semanticamente corretta (non è significativa)

// Somma di due numeri interi inseriti da tastiera

```
int main()
{
    int a, b;
    cout << “immettere due numeri” << endl;
    cin >> a; cin >> b;
    int c = a + a; ←
    cout << “Somma: “ << c << endl;
    return 0;
}
```

Approccio compilato

Sviluppo di un programma (approccio compilato):

- editing: scrivere il testo e memorizzarlo su supporti di memoria permanenti
- compilazione
- linking
- esecuzione

Compilatore: traduce il programma sorgente in programma oggetto

- ◆ ANALISI programma sorgente
 - analisi lessicale
 - analisi sintattica
- ◆ TRADUZIONE
 - generazione del codice
 - ottimizzazione del codice

Esempi: C, C++, Pascal...

Sviluppo di un programma (approccio interpretato):

- editing: scrivere il testo e memorizzarlo su supporti di memoria permanenti
- interpretazione
 - ◆ ANALISI programma sorgente
 - analisi lessicale
 - analisi sintattica
 - ◆ ESECUZIONE

ESEMPIO: Basic, Java