

Metalli e Semiconduttori

Premesse.

Legge di ohm microscopica

In un conduttore, detti J la densità di corrente, σ la conducibilità ed E il campo elettrico

$$J = \sigma E$$

Legge di ohm macroscopica

Dato un conduttore di lunghezza L e sezione A , la resistenza risulta:

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{A}$$

Isolanti:

Consideriamo per gli isolanti due parametri:

- Costante dielettrica ϵ . In un condensatore a facce piane e parallele di area A e poste a distanza d , che contenga tra i due elettrodi un isolante di costante dielettrica ϵ , la capacità risulta:

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

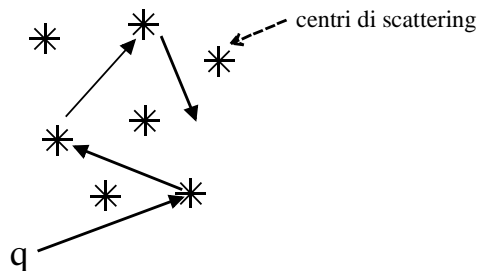
La costante dielettrica è espressa solitamente da:

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

dove ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto (8.85×10^{-14} F/cm), mentre ϵ_r è la costante dielettrica del materiale.

- Rigidità dielettrica: è il massimo campo elettrico oltre il quale avviene una scarica “disruptiva” che porta generalmente alla perforazione dell’isolante con perdita del potere di isolamento

Modello di Drude per la conduzione.



Con q è indicata una carica mobile (p.es un elettrone), confinata nel volume del conduttore. Si ipotizza per ora che esista nel materiale un solo tipo di cariche mobili. Le cariche sono in continuo movimento a causa dell’agitazione termica (velocità v_{th}) ed urtano contro i centri di scattering costituiti da difetti reticolari dovuti a mancanza di atomi (vacanze), da impurezze o da vibrazioni degli atomi del reticolo dovute all’energia termica. L’urto provoca perdita di informazione riguardo alla velocità prima dell’urto.

La presenza di un campo elettrico si traduce in un'uguale accelerazione a tutte le cariche. L'accelerazione risulta pari a qE/m , dove E è il campo elettrico, q la carica dell'elettrone e m la sua massa. Detto δt il tempo tra due urti successivi, la velocità aggiuntiva (rispetto a quella termica) acquisita da un elettrone un istante prima dell'urto è pari al prodotto di δt per l'accelerazione. La velocità media tra i due urti è a metà della velocità massima. Inoltre, per calcolare veramente a quale velocità media si sposta l'insieme di tutti i portatori, occorre introdurre il tempo medio tra due urti, indicato con τ . Esso è pari al libero cammino medio (λ) diviso per la velocità termica v_{th} . Si ha quindi:

$$\text{velocità media (di drift): } u_m = \frac{qE}{m} \frac{\tau}{2} \equiv \frac{q\lambda}{2mv_{th}} E$$

$$\text{Definendo la mobilità: } \mu = \frac{q\lambda}{2mv_{th}} \text{ si ha: } u_m = \mu E$$

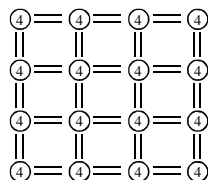
Da una semplice analogia idraulica: $J = qnu_m$, dove n è la concentrazione di cariche mobili.

La conducibilità è quindi: $\sigma = q\mu n$. In un metallo, dove la concentrazione di cariche mobili (elettroni) è costante, la conducibilità dipende solo dalla mobilità che, all'aumentare della temperatura diminuisce (perchè aumenta v_{th}).

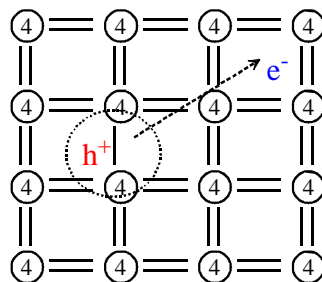
Semiconduttori.

Prenderemo in esame semiconduttori del IV gruppo. Esempi: Silicio, Germanio.

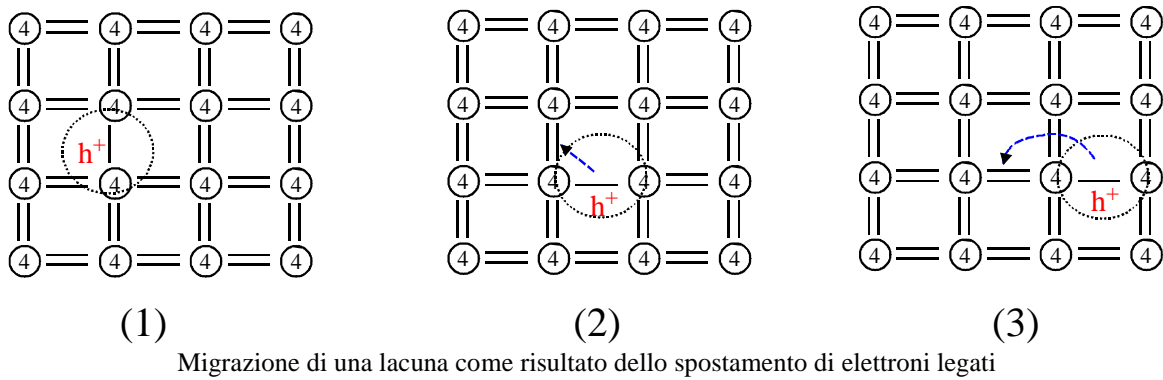
La struttura è mostrata nella seguente figura, dove i cerchi indicano atomi e i segmenti i legami di tipo covalente. Ciascun segmento rappresenta un elettrone condiviso tra i due atomi.



Nei semiconduttori anche a temperatura ambiente gli elettroni, a causa dell'agitazione termica, possono assumere un'energia sufficiente a liberarsi dal legame. In tal caso passano in uno stato simile a quello degli elettroni liberi nel metallo (elettroni di conduzione) e al loro posto lasciano un vuoto denominato lacuna. La lacuna si comporta come una particella positiva anch'essa in grado di migrare.



Formazione di una coppia elettrone (e^-) – lacuna (h^+).

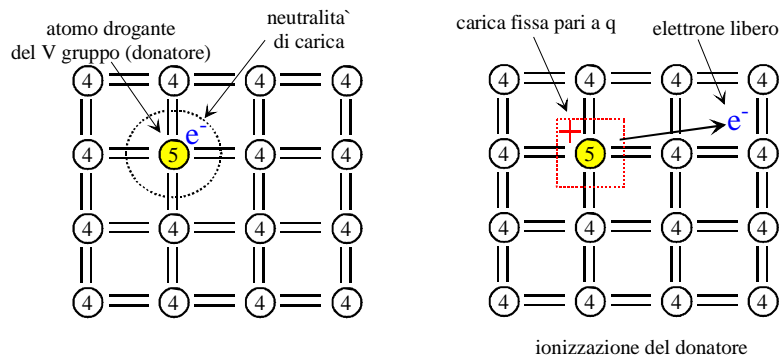


Drogaggio dei semiconduttori del IV gruppo.

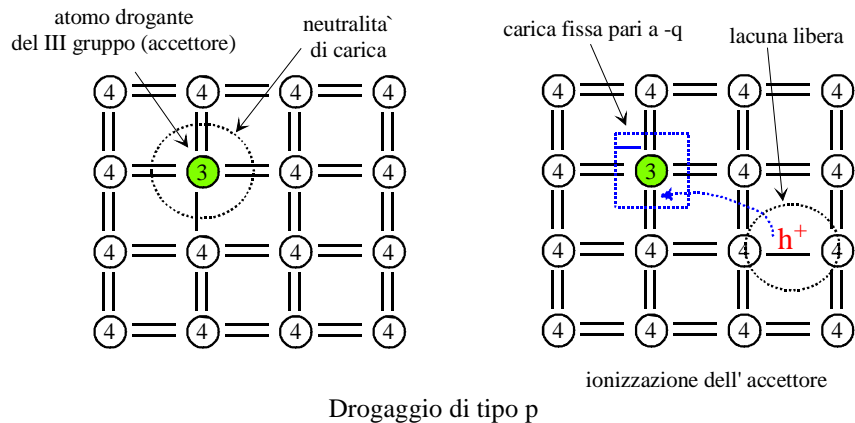
Un semiconduttore puro (in cui non sono presenti atomi diversi da quelli previsti dalla composizione chimica del semiconduttore stesso) si dice intrinseco. Il drogaggio consiste nell'aggiungere impurezze in grado di andare a sostituire alcuni atomi del semiconduttore.

Tipi di drogaggio:

- Tipo n: Vengono aggiunti atomi del V gruppo (es. Fosforo, Arsenico, Antimonio)
- Tipo p: Vengono aggiunti atomi del III gruppo (es. Boro)



Drogaggio di tipo n



Per ogni atomo di drogante viene aggiunto un portatore libero e una carica fissa.

- Drogaggio n: il portatore è un elettrone, la carica fissa è positiva.
- Drogaggio p: il portatore è una lacuna, la carica fissa è negativa.

Legge di azione di massa:

In un semiconduttore avvengono continuamente due fenomeni, a prescindere che esso sia intrinseco, drogato n o drogato p:

Generazione: formazione di coppie elettrone lacuna da rottura di legami ad opera dell'energia termica (agitazione termica)

Ricombinazione: incontro di una lacuna ed un elettrone, con relativa scomparsa di entrambi. Ricordiamo che la lacuna è la mancanza di un elettrone di legame. Nella ricombinazione l'elettrone libero va a riempire il legame mancante e risulta non più mobile.

Si definiscono:

G = tasso di generazione = numero di coppie elettrone-lacuna generate in un volume unitario e nell'unità di tempo

R = tasso di ricombinazione = numero di coppie elettrone-lacuna che spariscono (ricombinate) in un volume unitario e nell'unità di tempo

Consideriamo che, fissato un tipo di semiconduttore (silicio, germanio etc):

1. La generazione dipende solo dalla temperatura (disponibilità di energia per rompere il legame)
2. La ricombinazione dipende dalla temperatura ma è tanto maggiore quanto è maggiore la presenza di elettroni e lacune (maggiore probabilità che un incontro lacuna-elettrone avvenga)

Si può quindi ragionevolmente scrivere:

$$G = f_1(T)$$

$$R = n \cdot p \cdot f_2(T)$$

dove n e p sono le concentrazioni di elettroni e lacune, mentre f_1 e f_2 sono due funzioni crescenti della temperatura. In equilibrio la concentrazione di portatori non cambia nel tempo, pertanto tante coppie elettrone- lacuna si generano, tante se ne ricombinano, ovvero $R=G$. Da ciò deriva:

$$R = n \cdot p = \frac{f_1(T)}{f_2(T)}$$

Legge di azione di massa: il prodotto np in un semiconduttore dipende solo dalla temperatura (e non dal drogaggio).

Riassumendo, la popolazione di elettroni e lacune è determinata dai seguenti fenomeni:

- **Generazione:** produzione di un elettrone libero e una lacuna
- **Ricombinazione:** scomparsa di un elettrone libero e di una lacuna
- **Aggiunta di un atomo drogante n e relativa ionizzazione:** produzione di un elettrone libero e di una carica fissa positiva
- **Aggiunta di un atomo drogante p e relativa ionizzazione:** produzione di un elettrone libero e di una carica fissa negativa

In un semiconduttore intrinseco non vi sono atomi droganti, pertanto ad ogni elettrone libero generato deve essere associata una lacuna. Quindi $n=p$. La concentrazione di elettroni e lacune nell'intrinseco si indica con n_i e, ovviamente:

$$n \cdot p = n_i^2$$

Per la legge di azione di massa questa equazione deve valere per tutti i valori di drogaggio N e P di quel tipo di semiconduttore. Si noti che n_i cresce fortemente all'aumentare della temperatura

Concentrazione di elettroni e lacune in semiconduttori drogati.

Prendiamo come riferimento il silicio. Per esso, a temperatura ambiente, $n_i \cong 1.4 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, ovvero $n_i^2 \cong 2 \times 10^{20} \text{ cm}^{-6}$. Con drogaggio si indica la concentrazione di atomi donatori (N_D) o accettori (N_A).

Tutti i drogaggi di interesse pratico sono molto maggiori di n_i . Considereremo inoltre drogaggi molto inferiori alla concentrazione di atomi di semiconduttore ($\approx 10^{22} \text{ cm}^{-3}$). Per il silicio consideriamo drogaggi compresi tra 10^{14} cm^{-3} e 10^{19} cm^{-3} .

Consideriamo un semiconduttore di tipo n (drogato N). Si può dire che:

- Le lacune (p) derivano solo da generazione.
- Gli elettroni derivano sia da generazione (in numero uguale alle lacune), sia da donatori ionizzati. Quindi $n=p+N_D$.

Pertanto, per la legge di azione di massa:

$$p(p + N_D) = n_i^2$$

Se $N_D \gg n_i$, dovrà essere necessariamente $p \ll n_i \ll N_D$. Pertanto si può usare l'espressione semplificata $pN_D = n_i^2$ ovvero:

$$n = N_D; \quad p = \frac{n_i^2}{N_D} \quad (1)$$

Con analoghe considerazioni si trovano le concentrazioni di portatori in un semiconduttore drogato tipo p:

$$p = N_A; \quad n = \frac{n_i^2}{N_A} \quad (2)$$

Correnti nei semiconduttori.

Correnti di drift

Analogamente per i metalli, si può applicare il modello di Drude ai semiconduttori, tenendo conto però che qui esistono due tipi di portatori di carica. Le correnti dovute all'effetto del campo elettrico vengono indicate come correnti di drift (trascinamento). Con semplici considerazioni si arriva alle espressioni:

$$J^{(drift)} = J_n^{drift} + J_p^{drift}$$

$$J_n^{drift} = q\mu_n nE, \quad J_p^{drift} = q\mu_p pE$$

dove J_n e J_p indicano le componenti della densità di corrente di drift dovute rispettivamente a elettroni e lacune, mentre μ_n e μ_p sono le mobilità di elettroni e lacune.

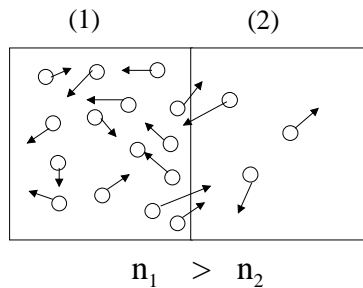
Valori delle mobilità in un semiconduttore intrinseco o poco drogato*

μ_n	$1400 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$
μ_p	$480 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$

* per elevati drogaggi la mobilità diminuisce poiché anche gli atomi di drogante sono centri di scattering e provocano una riduzione del libero cammino medio.

Correnti di diffusione

Flussi di portatori possono essere presenti anche in assenza di un campo elettrico. Una causa alternativa alla migrazione di popolazioni di particelle, attiva anche con particelle neutre quali atomi e molecole, è il gradiente di concentrazione. Nella figura seguente sono mostrate due regioni adiacenti in cui nella prima (1) la concentrazione è maggiore rispetto alla seconda (2). Si noti che pur non essendoci per le singole particelle una tendenza a migrare, nell'unità di tempo è maggiore il numero di particelle che, muovendosi caoticamente, vanno da 1 a due che quelle che da 2 vanno a 1.



Nel caso di elettroni e lacune, ciò produce spostamento di carica e quindi una densità di corrente denominata di diffusione. L'espressione delle correnti di diffusione nel caso unidimensionale risulta:

$$J_n^{diff} = qD_n \frac{dn}{dx}, \quad J_p^{diff} = -qD_p \frac{dp}{dx}$$

dove D_n e D_p sono denominate costanti di diffusione per gli elettroni e per le lacune. Per comprendere la ragione dei segni discordi, si tenga presente che i flussi di particelle si spostano per diffusione sempre da dove sono di più a dove sono di meno. Quindi se per esempio la concentrazione cresce lungo x , ovvero la derivata è positiva, le particelle si migrano in direzione opposta all'asse x . La corrente di lacune, concorde con il flusso di particelle, è quindi negativa mentre la corrente di elettroni, opposta al flusso di particelle, perchè essi sono negativi, è positiva.

Le correnti totali risultano quindi:

$$J = J_n + J_p$$

$$J_n = qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p = qp\mu_p E - qD_p \frac{dp}{dx}$$

Tali equazioni rappresentano il cosiddetto modello "drift-diffusion" delle correnti in un semiconduttore.

Condizione di equilibrio termico.

In equilibrio termico non vi è tendenza a migrare per nessun genere di particelle. Quindi $J_n=J_p=0$. Nel caso monodimensionale, considerando che $E=-dV/dx$, si ottengono le equazioni:

$$J_n = -qn\mu_n \frac{dV}{dx} + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dV}{dx} = \frac{D_n}{\mu_n} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{D_n}{\mu_n} \frac{d[\ln(n)]}{dx}$$

$$J_p = -qp\mu_p \frac{dV}{dx} - qD_p \frac{dp}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{dV}{dx} = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{d[\ln(p)]}{dx}$$

Prima di passare all'integrazione si consideri che le mobilità e le costanti di diffusione sono legate dalle relazioni di Einstein:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q} \equiv V_T$$

Integrando si ottengono due utili relazioni, che permettono di legare le concentrazioni di portatori alle differenze di potenziale all'interno di un semiconduttore in equilibrio termico:

$$\begin{aligned} n_2 &= n_1 e^{\frac{V_2 - V_1}{V_T}} & \Leftrightarrow & \quad V_2 - V_1 = V_T \ln\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \\ p_2 &= p_1 e^{-\frac{V_2 - V_1}{V_T}} & \Leftrightarrow & \quad V_2 - V_1 = -V_T \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \end{aligned}$$

Densità di carica.

A prescindere dal drogaggio, nei semiconduttori esistono due portatori di carica, lacune (carica q) e gli elettroni (carica $-q$). Nei semiconduttori di tipo n, vi sono inoltre cariche positive derivanti dai donatori ionizzati. Ciascun atomo di donatore introduce una carica pari a q . Nei semiconduttori di tipo p vi sono invece cariche negative dovute agli accettori ionizzati e ogni atomo di accettore introduce una carica pari a $-q$. La densità di carica δ risulta perciò:

$$\delta = \begin{cases} q(p - n + N_D) & \text{semiconduttore drogato n} \\ q(p - n - N_A) & \text{semiconduttore drogato p} \end{cases}$$

Concetto di Bulk

Un sistema di equazioni determinato per le densità di carica e il potenziale in un semiconduttore in equilibrio è il seguente, nel quale sono presenti le equazioni già viste e l'equazione di Poisson. Si fa riferimento a un punto x_0 di un semiconduttore nel quale le concentrazioni di portatori assumono un valore che indicheremo n_0 e p_0 , mentre il potenziale lo assumeremo convenzionalmente pari a zero. Come esempio faremo riferimento ad un semiconduttore di tipo n, ma le stesse identiche considerazioni valgono per un semiconduttore di tipo p.

$$\begin{cases} n = n_0 e^{\frac{v}{V_T}} \\ p = p_0 e^{-\frac{v}{V_T}} \\ \delta = q(p - n + N_D) \\ \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\delta}{\epsilon_{Si}} \quad (\text{eq. Poisson}) \end{cases}$$

La soluzione di queste equazioni non è esprimibile in forma chiusa. Tuttavia, considerando piccoli valori di V (ovvero muovendosi in un intorno del punto x_0), si possono approssimare gli esponenziali con uno sviluppo di Taylor al primo ordine e, dopo semplici sostituzioni si ottiene:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -q \frac{p_0 - n_0 + N_D}{\epsilon_{si}} + q \frac{V}{V_T} \left(\frac{p_0 + n_0}{\epsilon_{si}} \right)$$

La soluzione di questa equazione differenziale è data da un valore costante (termine forzante) sovrapposto alla combinazione lineare di due esponenziali di cui uno crescente verso le x positive, l'altro verso le x negative. Se il punto x_0 è sufficientemente lontano da una qualche superficie di discontinuità (p. es gli estremi del semiconduttore, il punto passaggio ad un altro tipo di materiale etc.) entrambi i due esponenziali hanno spazio per crescere fino a valori fisicamente non accettabili, pertanto dovranno essere entrambi nulli.

Lontano da superfici di discontinuità, l'unica soluzione fisicamente accettabile è quindi quella costante, che implica che il campo elettrico ($= dV/dx$) è nullo. Siccome abbiamo ricavato le equazioni precedenti considerando come convenzione che il potenziale in x_0 è pari a zero, esso deve essere zero ovunque. Sostituendo $V=0$ nell'equazione precedente si ottiene la condizione:

$$p_0 - n_0 + N_D = 0$$

ovvero in x_0 la densità di carica è nulla. Poiché, data la costanza del potenziale, p e n non cambiano allontanandosi da x_0 , la carica deve rimanere nulla ovunque.

La regione di un semiconduttore abbastanza lontana dalle superfici che confinano il volume del semiconduttore stesso si denomina *bulk*. Il concetto di "abbastanza lontano" è legato a quanto velocemente crescono gli esponenziali. In pratica in un semiconduttore in equilibrio la condizione di bulk si raggiunge al massimo pochi micron lontano dalle superfici di discontinuità. Si noti che un cambiamento nelle equazioni e quindi una discontinuità si ha anche a causa di variazioni di drogaggio (N_D), pertanto la condizione di bulk richiede in via di principio anche che il drogaggio sia costante.

Nel bulk di un semiconduttore di tipo n , dato che la densità di carica è nulla (condizione di neutralità) allora:

$$n = p + N_D, \text{ quindi } n > N_D$$

Ciò comporta:

$$p = \frac{n_i^2}{n} < \frac{n_i^2}{N_D} \ll n_i \quad (\text{dato che } N_D \gg n_i)$$

Ma queste espressioni sono proprio quelle che hanno consentito, per altra via, di arrivare alle concentrazioni date dalle formule (1) e (2) le quali quindi devono valere nel bulk.

Vicino a una superficie di discontinuità, invece, si può avere potenziale variabile e campo elettrico e densità di carica non nulli, perché la soluzione esponenziale che cresce spostandosi verso la superficie stessa può essere non nulla, in quanto la sua crescita non prosegue oltre la superficie (perché cambiano le equazioni ed essa non ha più significato) e quindi non dà luogo a condizioni fisicamente non accettabili.

Nella tabella seguente riassumiamo le concentrazioni presenti nel bulk, estendendo per analogia quanto ricavato per il semiconduttore n al semiconduttore drogato p. La tabella introduce anche la nomenclatura con la quale sono indicate le concentrazioni a seconda della zona di semiconduttore e della condizione.

Nomenclatura riguardanti le concentrazioni.

Drogaggio	Tipo di portatori	Genericamente	All'equilibrio	All'equilibrio nel bulk
n	elettroni (maggioritari)	n_n	n_{n0}	$n_{n0}=N_D$
	lacune (minoritari)	p_n	p_{n0}	$p_{n0}=n_i^2 / N_D$
p	lacune (maggioritari)	p_p	p_{p0}	$p_{p0}=N_A$
	elettroni (minoritari)	n_p	n_{p0}	$n_{p0}=n_i^2 / N_A$