

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2017-18
PROVA SCRITTA del 2 febbraio 2018

COGNOME _____ **NOME** _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito **NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

Esercizio 1 *Nota: sono importanti le valutazioni numeriche.*

Un cavo coassiale rettilineo di lunghezza $\ell = 1m$ ha raggio del conduttore interno pari ad $a=0.2cm$ e raggio del conduttore esterno $b=1cm$. La regione fra i due conduttori è riempita di un materiale isolante non magnetico con costante dielettrica $\epsilon_r = 2.25$.

1.1 Si calcolino la capacità del cavo e dC/dx (capacità per unità di lunghezza).

1.2 Si calcolino l'induttanza del cavo e dL/dx (induttanza per unità di lunghezza).

1.3 A partire dal tempo $t=0$ ad una estremità del cavo viene applicata fra il conduttore interno e quello esterno una tensione $\Delta V = V_o \sin(2\pi ft)$ con $V_o = 1V$ e $f = 1MHz$; l'altra estremità resta aperta. Si calcoli in funzione del tempo t la carica sulla superficie interna del cavo, ipotizzando che per $t < 0$ esso fosse scarico e privo di corrente.

1.4 Se, diversamente da quanto descritto nella domanda precedente, venisse applicata una

tensione $\Delta V = \begin{cases} V_o & \text{per } 0 < t < 1ns \\ 0 & t < 0 \text{ e } t > 1ns \end{cases}$, si spieghi *in modo qualitativo* quale tensione si misurerebbe in funzione del tempo fra conduttore interno ed esterno *al centro del cavo*. Nota: si suggerisce di calcolare $\frac{1}{\sqrt{(dC/dx)(dL/dx)}}$ e di trarne le opportune deduzioni.

Esercizio 2 *Nota: sono importanti le valutazioni numeriche.*

Una lampada, praticamente puntiforme e posta nel punto O , emette isotropicamente radiazione e.m. con lunghezza d'onda $1\mu m$. In un punto H posto ad una distanza di 1 metro si misura una potenza per unità di superficie pari a $10W/m^2$ (media temporale).

2.1 Si calcoli il valore massimo del campo elettrico e del campo magnetico nel punto H .

2.2 Si calcoli la potenza radiante totale emessa dalla lampada nell'ipotesi in cui non vi sia assorbimento nel mezzo circostante.

Per le successive due domande si ipotizzi che in un punto K posto ad una distanza di 2 metri si misuri una potenza per unità di superficie pari a $2W/m^2$ (valore medio temporale), fermo restando il valore misurato di $10W/m^2$ nel punto H .

2.3 Si calcoli la potenza radiante totale emessa dalla lampada ipotizzando, invece, che vi possa essere nel mezzo circostante attenuazione della radiazione con legge esponenziale.

2.4 A distanza di 2 metri dalla lampada viene posto uno schermo completamente assorbente, a parte una apertura quadrata di area $1cm^2$ posta nel punto K . Quanto vale la potenza per unità di superficie ad una distanza di 10 metri dalla lampada in un punto sul prolungamento del segmento OK ? Si dica, giustificando la risposta, se a tale distanza siano più rilevanti: (i) l'effetto della diffrazione, oppure (ii) l'effetto dell'attenuazione del mezzo.

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2017-18
PROVA SCRITTA del 2 febbraio 2018
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Se disponiamo sul conduttore interno in modo uniforme una carica Q , in coordinate cilindriche il campo elettrico avrebbe solo componente radiale: $E_r \frac{Q}{2\pi r \ell \epsilon_r \epsilon_0}$, da cui

$$\Delta V = \int_a^b E_r dr = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r \ell} \ln \frac{b}{a} \text{ ed infine } C = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r \ell}{\ln(b/a)} = 77.7 \text{ pF}, \quad \frac{dC}{dx} = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(b/a)} = 77.7 \frac{\text{pF}}{\text{m}}.$$

1.2 Se sul conduttore interno scorre in modo uniforme una corrente I , il vettore

induzione magnetica avrebbe solo componente tangenziale: $B_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$. Utilizzando

l'energia magnetica: $U_m = \int_a^b u_m 2\pi r \ell dr = \int_a^b \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} 2\pi r \ell dr = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi} \ln(b/a)$, da cui

$$L = \frac{2U_m}{I^2} = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln(b/a) = 322 \text{ nH}, \quad \frac{dL}{dx} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(b/a) = 322 \frac{\text{nH}}{\text{m}}.$$

1.3 La frequenza $f=1\text{MHz}$ è molto minore della frequenza propria $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{\ell \sqrt{\epsilon_r}} = 200\text{MHz}$,

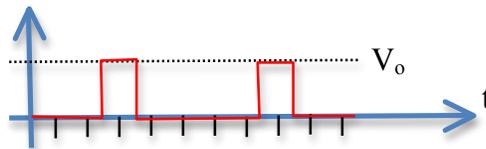
per cui possiamo considerare il cavo come un circuito LC ad impedenza concentrata (in realtà vedremo che il ruolo della induttanza sarà trascurabile) e scrivere

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = V_0 \sin(2\pi ft) \Rightarrow Q + \frac{\ddot{Q}}{\omega_0^2} = CV_0 \sin(2\pi ft) \text{ con le condizioni } Q(0)=0 \text{ e } \dot{Q}(0)=0. \text{ La}$$

soluzione è $Q = Q_0 \left[\sin(2\pi ft) - \frac{2\pi f}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \right] \approx Q_0 \sin(2\pi ft)$ con $Q_0 = \frac{CV_0}{1-4\pi^2 f^2 LC} \approx CV_0$.

1.4 $\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{dC}{dx}\right)\left(\frac{dL}{dx}\right)}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = 20 \frac{\text{cm}}{\text{ns}}$ è la velocità di propagazione sul cavo: poichè il segnale in

ingresso ha una durata di solo 1ns , esso si propagerà e raggiungerà il punto centrale dopo un tempo $\frac{\ell/2}{20\text{cm/ns}} = 2.5\text{ns}$. Poichè il cavo ha l'altra estremità aperta, la carica sarà riflessa e ripasserà dal centro dopo altri 5ns . Quindi ci si aspetta di misurare, al centro del cavo, una tensione tipo quella riportata in rosso in figura



Esercizio 2

2.1 $\langle |\vec{S}| \rangle = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = c\epsilon_0 \frac{E_{\text{max}}^2}{2}$ da cui $E_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2\langle |\vec{S}| \rangle}{c\epsilon_0}} = 87 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ e $B_{\text{max}} = \frac{E_{\text{max}}}{c} = 290 \text{ nT}$.

2.2 Nell'ipotesi in cui non vi sia assorbimento nel mezzo circostante la potenza radiante totale emessa dalla lampada vale $4\pi(OH)^2 \langle |\vec{S}| \rangle = 4\pi(1\text{m})^2 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 125\text{W}$.

2.3 Indicando con R la distanza dal punto O , il valore medio del vettore di Poynting si può scrivere $\langle \vec{S}(R) \rangle = \frac{P_o}{4\pi R^2} e^{-\lambda R}$ con λ costante di attenuazione e P_o potenza della lampada. Le misure nei punti H e K forniscono il sistema, in cui tutte le grandezze

sono espresse in unità MKSA:
$$\begin{cases} 10 = \frac{P_o}{4\pi} e^{-\lambda} \\ 2 = \frac{P_o}{16\pi} e^{-2\lambda} \end{cases} . \text{ Risolvendo si ottiene } \begin{cases} P_o = 157W \\ \lambda = 0.223m^{-1} \end{cases} .$$

2.4 L'effetto della diffrazione è di provocare al di là dell'apertura un allargamento angolare $\sim \frac{\lambda}{1cm} = 10^{-4} rad$; quindi ad una distanza di ulteriori 8 metri la radiazione si disperderebbe su un quadrato di 5.08 cm di lato, invece che di 5 cm e si avrebbe $\langle \vec{S}(R=10m) \rangle \sim \frac{P_o}{4\pi(10m)^2} = 0.125 \frac{W}{m^2}$. L'effetto diffrattivo è trascurabile rispetto alla attenuazione del mezzo, per il quale si ha $\langle \vec{S}(R=10m) \rangle = \frac{P_o}{4\pi(10m)^2} e^{-2.23} = 0.013 \frac{W}{m^2}$.