FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2017-18
PROVA SCRITTA del 12 gennaio 2018

COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 *Nota: sono importanti le valutazioni numeriche.*
Una sottile lamina quadrata, di lato $\ell = 1cm$ e spessore $\delta = 50\ \mu m$, è composta da un ipotetico materiale di resistività $\rho = 10\ \Omega \cdot cm$. In un sistema di coordinate *Oxyz* i vertici della lamina si trovano nei punti $O = (0,\ 0,\ 0)$, $P = (\ell,\ 0,\ 0)$, $Q = (\ell,\ \ell,\ 0)$, $R = (0,\ \ell,\ 0)$ e $O' = (0,\ 0,\ \delta)$, $P' = (\ell,\ 0,\ \delta)$, $Q' = (\ell,\ \ell,\ \delta)$, $R' = (0,\ \ell,\ \delta)$. Nella lamina scorre una corrente di intensità $I=50\mu A$, con densità uniforme, nella direzione $+y$. Il sistema è immerso in un campo magnetico esterno diretto lungo $+z$ e di modulo $B=1kG$.

1.1 Calcolare il valore della resistenza fra i lati *OP* e *QR* e la resistività superficiale della lamina.

1.2 Un voltmetro misura una d.d.p. $\Delta V=100mV$ fra i lati *OR* e *PQ* ($V_{OR}>V_{PQ}$, effetto Hall): calcolare mobilità, concentrazione e segno dei portatori di carica, nell'ipotesi che all'interno della lamina vi siano portatori di un unico tipo con carica elettrica unitaria ($\pm e$).

1.3 E' possibile far misurare al voltmetro una medesima d.d.p. $\Delta V=100mV$ fra i i lati *OR* e *PQ senza far scorrere una corrente,* ma facendo muovere la lamina? In caso affermativo calcolare la velocità con cui essa si dovrebbe muovere.

1.4 Nel caso della domanda 1.3, descrivere qualitativamente la distribuzione della carica elettrica nella lamina, indicando però chiaramente le regioni in cui vi siano cariche superficiali o di volume non nulle.

Esercizio 2 In un sistema di coordinate cartesiane *Oxyz,* nel vuoto, il campo elettrico di un'onda e.m. piana vale $\vec{E} = \left(E_o \cos\left(k(z-ct)\right),\ 0,\ 0 \right)$ con E_o e k noti.

2.1 Si calcolino le tre componenti del campo magnetico e le tre componenti del vettore di Poynting in ogni punto dello spazio al tempo t.

2.2 L'onda incide su una spira quadrata con centro in *O*, lato ℓ, resistenza R ed induttanza trascurabile. Si dica come deve essere orientata la spira in modo che la corrente in essa indotta sia massima.

2.3 Si calcoli la corrente elettrica indotta dall'onda e.m. nella spira in funzione del tempo t e si dica che relazione deve sussistere fra ℓ e k in modo che la corrente nella spira abbia effettivamente lo stesso valore in ogni punto della spira stessa.

2.4 Si calcoli il rapporto fra la potenza media dissipata nella resistenza ed il valore medio del modulo del vettore di Poynting dell'onda incidente. Qual'è unità di misura di questo rapporto?

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2017-18
PROVA SCRITTA del 12 gennaio 2017
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 $R_{sq} = \frac{\rho}{\delta} = 2k\Omega / sq$, $R = R_{sq}\frac{QP}{QR} = 2k\Omega$

1.2 I portatori, siano essi positivi o negativi, subiscono una forza magnetica diretta come $+x$, quindi essi hanno *carica negativa*. La loro velocità è $\vec{V} = \begin{pmatrix} 0, & V_y, & 0 \end{pmatrix}$ $(V_y < 0)$, la densità di corrente vale $\vec{j} = \begin{pmatrix} 0, & j_y, & 0 \end{pmatrix}$ con $j_y = -enV_y = \frac{I}{\ell\delta} = 100\frac{A}{m^2}$. Sappiamo che la resistività è legata a concentrazione e mobilità dalla relazione $\rho = \frac{1}{ne\mu}$. Inoltre possiamo scrivere quanto noto sull'effetto Hall: la forza magnetica su un portatore vale $F_x^{mag} = -eV_yB$. La separazione delle cariche elettriche genera un campo elettrico perpendicolare al moto dei portatori $E_x = -\frac{F_x^{mag}}{-e} = -V_yB$, che produce la differenza di potenziale nota $\Delta V = \ell E_x = -V_yB\ell$. Si ricava $n = \frac{j_yB\ell}{e\Delta V} = \frac{IB}{e\delta\Delta V} = 6.25x10^{12}cm^{-3}$ e $\mu = \frac{1}{ne\rho} = 10^5\frac{cm^2}{V \cdot s}$.

1.3 E' possibile far misurare al voltmetro una medesima d.d.p. *ΔV=100mV* fra i i lati *OR* e *PQ* senza corrente*,* muovendo la lamina con velocità $V_y = -\frac{\Delta V}{B\ell} = -100\frac{m}{s}$.

1.4 All'interno della lamina il campo elettrico generato dalle cariche è uniforme, con modulo *10V/m* e direzione *+x* => la densità di carica nel volume è nulla. Vi sono cariche superficiali negative nel piano PQQ'P' e positive in O'R'RO; è intuibile che queste cariche non siano uniformi e che vi siano cariche sulle altre superficie esterne della lamina, con una distribuzione da determinarsi con metodi numerici. Si noti come tale distribuzione di carica sia la stessa distribuzione che si avrebbe inserendo la lamina (scarica e priva di corrente) in un campo elettrico esterno di modulo *10V/m* e direzione *-x*: questo perchè le cariche si ridistribuirebbero sulla superficie del conduttore in modo da generare un campo opposto a quello esterno e quindi annullare il campo elettrico all'interno della lamina.

Esercizio 2

2.1 $\vec{B} = \begin{pmatrix} 0, & \frac{E_o}{c}\cos\left(k\left(z-ct\right)\right), & 0 \end{pmatrix}$, $\vec{S} = \begin{pmatrix} 0, & 0, & S_z \end{pmatrix}$ con $S_z = \frac{E_xB_y}{\mu_o} = \frac{E_o^2}{\mu_oc}\cos^2\left(k\left(z-ct\right)\right) = c\varepsilon_oE_o^2\cos^2\left(k\left(z-ct\right)\right)$.

2.2 La spira deve essere orientata in modo che il campo magnetico abbia flusso massimo, quindi con la normale diretta lungo $\pm y$, nel proseguimento ipotizzeremo che sia $+y$.

2.3 La corrente nella spira ha lo stesso valore in ogni punto se la lunghezza d'onda della radiazione incidente è piccola rispetto al lato della spira: $\ell \ll \lambda = \frac{2\pi}{k}$. In questa ipotesi z può essere considerata la coordinata del centro della spira e la corrente vale

$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi\left(\vec{B}\right)}{dt} \approx -\frac{1}{R}\frac{d\left[\ell^2 \frac{E_o}{c}\cos\left(k(z-ct)\right)\right]}{dt} = \frac{kE_o\ell^2}{R}\sin\left(k(z-ct)\right).$$

2.4 Il rapporto fra potenza media dissipata nella resistenza ed il valore medio del modulo del vettore di Poyinting dell'onda incidente ha le dimensioni di un'area, denominata "*area efficace*" o "*sezione d'urto*" di assorbimento:

$$\frac{<P>}{<|\vec{S}|>} = \frac{<RI^2>}{c\varepsilon_o E_o^2/2} = \frac{E_o^2\ell^4k^2/2R}{c\varepsilon_o E_o^2/2} = \ell^2\frac{\ell^2k^2}{R}\frac{\sqrt{\varepsilon_o\mu_o}}{\varepsilon_o} = \ell^2\frac{Z_o}{R}\left(\frac{2\pi\ell}{\lambda}\right)^2.$$