FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 21 luglio 2017

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una spira rigida quadrata *ABCD* di lato ℓ ha il lato *DA* disposto lungo un asse *(z)* orizzontale, attorno al quale la spira e' vincolata a ruotare senza attrito. La spira ha una resistenza *R*, mentre tutta la massa *M* e' concentrata nel lato *BC* |(quello opposto al lato *DA*). In tutto lo spazio si trova un campo magnetico uniforme e costante di modulo B_o diretto verticalmente verso il basso (asse *x*). Sia infine θ l'angolo fra il piano della spira e l'asse *x*.

1.1 Si calcoli la corrente nella sbarra quando essa ha velocita' angolare ω nella posizione θ.

1.2 Si calcoli la carica totale che scorre nella spira se essa si muove da $\theta=\pi/2$ a $\theta=0$.

1.3 Si calcoli il momento di ogni forza che agisce sulla spira quando essa ha velocita' angolare ω nella posizione θ.

1.4 Si scriva l'equazione del moto della spira per piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio.

Esercizio 2 Nel vuoto in un sistema di coordinate cartesiane *Oxyz* dato, nella regione $z>0$ un'onda, che chiameremo "*incidente*", e.m. piana monocromatica di lunghezza d'onda λ si propaga nella direzione *-z*. Il campo elettrico ha valore massimo E_0 e giace lungo *y*.

2.1 Si calcolino le tre componenti del campo elettrico e del campo magnetico dell'onda "*incidente*" nella regione $z>0$ al tempo *t*.

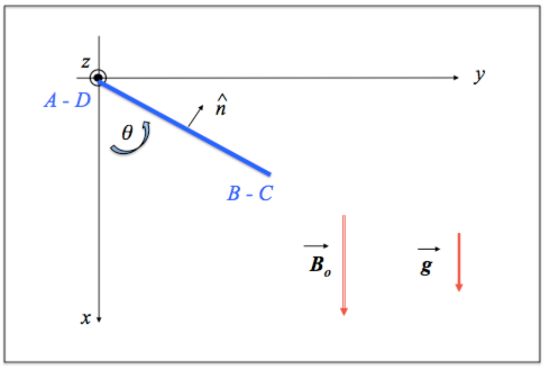
2.2 In $z=0$ si trova un piano perfettamente riflettente, sul quale il campo elettrico totale e' nullo ad ogni istante di tempo. L'onda riflessa ha la stessa polarizzazione dell'onda incidente. Si calcolino le tre componenti del campo elettrico e del campo magnetico dell'onda "*riflessa*" nella regione $z>0$ al tempo *t*.

2.3 Si calcolino le tre componenti del campo elettrico e del campo magnetico totale nella regione $z>0$ al tempo *t*.

2.4 Si calcoli la densita' di energia e.m. nella regione $z>0$ al tempo *t* ed il suo valore mediato sul tempo.

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 21 luglio 2017
RISPOSTE

Esercizio 1



1.1 Orientiamo gli assi ed il verso di percorrenza in modo che la normale alla spira si scriva $\hat{n} = \left(-\sin\vartheta, \quad \cos\vartheta, \quad 0 \right)$. Applicando la legge di Faraday si ha: $i = -\frac{1}{R}\frac{d(-\sin\vartheta B_0 \ell^2)}{dt} = \frac{B_0 \ell^2 \omega}{R}\cos\vartheta$. Nota: ricordarsi che se l'angolo diminuisce, la velocita' angolare e' negativa.

1.2 Si puo' utilizzare direttamente la legge di Felici, oppure effettuare l'integrazione della corrente:

$$Q = \int_{t_i}^{t_f} i\,dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{1}{R}\frac{d(\sin\vartheta B_0 \ell^2)}{dt}dt = \frac{B_0\ell^2}{R}\left[\sin\vartheta\right]_{\pi/2}^{0} = -\frac{B_0\ell^2}{R}.$$

1.3 L'unica componente non nulla dei momenti del forze e' lungo l'asse z. Il momento della forza vincolare e' nullo, quello della forza di gravita' vale $\tau_z^{grav} = -Mg\ell\sin\vartheta$. Le forze magnetiche sui lati AB e CD sono uguali ed opposte. La forza magnetica sul lato sul lato AD ha momento nullo. Infine la forza magnetica sul lato sul lato BC ha solo componente y:

$F_y = -B_0 i\ell = -\frac{B_0^2\ell^3\omega}{R}\cos\vartheta$ ed il suo momento vale $\tau_z^{magn} = \ell\cos\vartheta F_y = -\frac{B_0^2\ell^4\omega}{R}\cos^2\vartheta$.

1.4 Utilizzando la II equazione cardinale della meccanica: $\tau_z^{magn} + \tau_z^{grav} = -Mg\ell\sin\vartheta - \frac{B_0^2\ell^4\omega}{R}\cos^2\vartheta = M\ell^2\dot{\omega}$,

otteniamo $\ddot{\vartheta} + \frac{B_0^2\ell^4}{MR}\dot{\vartheta}\cos^2\vartheta + \frac{g}{\ell}\sin\vartheta = 0$. Per piccoli angoli l'equazione diventa $\ddot{\vartheta} + \gamma\dot{\vartheta} + \omega_0^2\vartheta = 0$ con $\gamma = \frac{B_0^2\ell^4}{MR}$ e $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$.

Esercizio 2

2.1 Con una opportuna scelta del tempo $t=0$ possiamo scrivere $\vec{E}_i = \left(0, \quad E_o\cos(k(z+ct)), \quad 0 \right)$, da cui

$$\vec{B}_i = \left(\frac{E_o}{c}\cos(k(z+ct)), \quad 0, \quad 0 \right)$$

2.2 $\vec{E}_r = \left(0, \quad -E_o\cos(k(z-ct)), \quad 0 \right)$, $\vec{B}_i = \left(\frac{E_o}{c}\cos(k(z-ct)), \quad 0, \quad 0 \right)$

2.3 $\vec{E} = \left(0, \quad -2E_o\sin(kz)\sin(kct), \quad 0 \right)$, $\vec{B} = \left(\frac{2E_o}{c}\cos(kz)\cos(kct), \quad 0, \quad 0 \right)$

2.4 $u_{em} = \frac{\varepsilon_o \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_o} = 2\varepsilon_o E_0^2\left[\sin^2(kz)\sin^2(kct) + \cos^2(kz)\cos^2(kct)\right]$ e $\langle u_{em}\rangle = 2\varepsilon_o E_0^2\left[\frac{\sin^2(kz)}{2} + \frac{\cos^2(kz)}{2}\right] = \varepsilon_o E_0^2$.