

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 30 giugno 2017

COGNOME _____ **NOME** _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito **NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

Esercizio 1 In un sistema di coordinate cilindrico un sottile dischetto metallico, di raggio a , ha centro in O , asse coincidente con l'asse z e le basi poste in $z=w/2$ e $z=-w/2$. Il cilindro e' immerso in una regione cilindrica $r < 10a$ dove si trova un campo elettrico diretto lungo z con $E_z = E_0 \sin \omega t$. Il materiale del dischetto e' perfettamente conduttore, non magnetico e non dielettrico; si consideri il caso $w \ll a \ll c/\omega$.

- 1.1** Si calcolino le cariche superficiali sul dischetto e la densita' di corrente al suo interno.
- 1.2** Si calcolino il momento di dipolo elettrico ed il momento magnetico del dischetto.
- 1.3** Si calcolino le tre componenti del campo magnetico nei punti $H(z=0, r=a/2)$ e $K(z=100w, r=a/2)$.
- 1.4** Rispondere nuovamente alla prima domanda nel caso in cui il materiale abbia una resistivita' finita ρ e le cariche superficiali siano nulle al tempo $t=0$.

Esercizio 2 *Nota: sono importanti le valutazioni numeriche.*

Il Sole emette isotropicamente radiazione elettromagnetica; la potenza per unita' di superficie della radiazione solare vale $1366W/m^2$ sul bordo superiore dell'atmosfera terrestre e circa $1000W/m^2$ a livello del mare. Dati utili per il problema sono la distanza Terra-Sole ($R_{TS}=1.5 \times 10^8 km$) ed il raggio terrestre ($R_{Terra}=6370km$). Nello svolgimento, tranne dove richiesto, si consideri trascurabile lo spessore dell'atmosfera terrestre.

- 2.1** Si calcoli la potenza radiante totale emessa dal Sole. Se tale potenza si ottiene con la trasformazione di materia in energia secondo la legge $E=mc^2$, nel Sole quanta massa viene convertita in energia nell'unita' di tempo?
- 2.2** Si calcoli la potenza assorbita dall'atmosfera terrestre. Dare una stima di quanto sia accurata l'ipotesi di trascurare lo spessore dell'atmosfera terrestre (utilizzare come altitudine il valore di $9km$).
- 2.3** A livello del mare viene posto un vetro colorato su cui la radiazione incide perpendicolarmente e da cui emerge solo luce con lunghezza d'onda compresa fra $600nm$ e $700nm$ (regione arancione-rosso) con una potenza radiante di $100W/m^2$. Si calcoli la potenza assorbita dal vetro se questo ha un'area di $10cm^2$.
- 2.4** La radiazione arancione-rossa cosi' ottenuta viene fatta incidere perpendicolarmente su un foglio opaco in cui viene aperta una fenditura rettilinea di larghezza $60\mu m$. A che distanza oltre la fenditura si deve mettere uno schermo per osservare distanza di $1mm$ fra il raggio diffratto di luce arancione di $600nm$ e quello di luce rossa di $700nm$? Fornire una stima, anche approssimata.

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 30 giugno 2017
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Il campo elettrico esterno varia lentamente (ipotesi $w \ll a \ll c/w$), il campo elettrico totale e' nullo all'interno del dischetto. Le cariche superficiali devono essere tali da generare all'interno del dischetto un campo elettrico che si oppone a quello esterno, per cui

$$\sigma(w/2) = -\sigma(w/2) = \epsilon_o E_o \sin \omega t . \text{ La densita' di corrente e' quindi } j_z = \frac{d\sigma(w/2)}{dt} = \epsilon_o E_o \omega \cos \omega t .$$

1.2 Il momento di dipolo elettrico e' diretto lungo z: $p_z = \pi a^2 w \sigma(w/2) = \pi a^2 w \epsilon_o E_o \sin \omega t$. Il momento magnetico e' nullo.

1.3 Applichiamo la legge di Ampere-Maxwell a due circonferenze, una passante per H ed una passante per K, con centro sull'asse z e raggio a/2. Nel punto H $B_\theta(H) = \mu_o j_z \frac{a}{4} = \frac{a \mu_o \epsilon_o \omega E_o \cos \omega t}{4}$,

nel punto K $B_\theta(K) = \frac{\mu_o}{2\pi r} \frac{d(\pi r^2 \epsilon_o E_o \sin \omega t)}{dt} = \frac{a \mu_o \epsilon_o \omega E_o \cos \omega t}{4} \Rightarrow$ sono identici, coerentemente con il fatto che non esistono correnti superficiali e quindi la componente del campo magnetico parallela alla superficie di separazione fra due mezzi non varia.

1.4 Il campo elettrico non e' piu' nullo all'interno. Indicando con σ la carica superficiale

sull'armatura in $z=w/2$, si ha il seguente insieme di equazioni:
$$\left\{ \begin{array}{l} j_z = \frac{E_{r\text{totale}}}{\rho} = \frac{E_o \sin \omega t - \sigma/\epsilon_o}{\rho} \\ j_z = \frac{d\sigma}{dt} = \dot{\sigma} \\ \sigma(t=0) = 0 \end{array} \right. , \text{ da cui}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \dot{\sigma} = E_o \sin \omega t - \frac{\sigma}{\epsilon_o} \\ \sigma(0) = 0 \end{array} \right. \text{ e } \left\{ \begin{array}{l} \tau \dot{\sigma} + \sigma = \epsilon_o E_o \sin \omega t \\ \sigma(0) = 0 \end{array} \right. \text{ con } \tau = \epsilon_o \rho . \text{ La soluzione piu' generale e' } \sigma = A e^{-t/\tau} + \tilde{\sigma} .$$

Cercando la soluzione particolare nella forma $\tilde{\sigma} = C \sin \omega t + D \cos \omega t$ e sostituendo nell'equazione omogenea, si trova $C = \epsilon_o E_o \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}$, $D = -\epsilon_o E_o \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$. Ponendo $\tan \phi = \omega \tau$ ed inserendo la

condizione iniziale $\sigma(0) = 0$, si ha $\sigma = \epsilon_o E_o \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \sin(\omega t - \phi) + \epsilon_o E_o \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} e^{-t/\tau}$. La densita'

di corrente e' quindi $j_z = \frac{d\sigma}{dt} = \epsilon_o E_o \frac{\omega}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \sin(\omega t - \phi) - \epsilon_o E_o \frac{\omega}{1 + \omega^2 \tau^2} e^{-t/\tau}$. Si noti che dopo un

transiente ($t \gg \tau$) $\sigma = \epsilon_o E_o \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \sin(\omega t - \phi)$ e $j_z = \frac{d\sigma}{dt} = \epsilon_o E_o \frac{\omega}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \cos(\omega t - \phi)$. Si noti che $\rho = 0 \Rightarrow \tau = 0$ e $\phi = 0$, riconducendoci alla soluzione di 1.1

Esercizio 2

2.1 Definiamo $S_{atm} = 1366 \frac{W}{m^2}$. La potenza totale emessa dal Sole vale $P_{Sole} = 4\pi R_{TS}^2 S_{atm} = 3.9 \times 10^{26} W$. La massa che nel Sole viene convertita in energia nell'unita' di tempo vale $\frac{P_{Sole}}{c^2} = 4.3 \times 10^9 \frac{kg}{s}$.

2.2 Definiamo $S_{sea} = 1000 \frac{W}{m^2}$. La potenza che incide sull'atmosfera terrestre e' pari alla potenza che incide perpendicolarmente sull'area di base di un cilindro tangente esternamente alla Terra: $P_{atm} = \pi R_T^2 S_{atm}$. La potenza che arriva sulla Terra e' $P_{sea} = \pi R_T^2 S_{sea}$. La potenza assorbita

dall'atmosfera terrestre si ottiene per sottrazione: $P_{assorbita} = \pi R_T^2 (S_{atm} - S_{sea}) = 4.7 \times 10^{16} W$. L'errore effettuato trascurando lo spessore dell'atmosfera terrestre, spessore valutato come $H_{atm} = 9 km$, e' $\pi (R_T - H_{atm})^2 S_{atm} - \pi R_T^2 S_{atm} \approx 2\pi R_T H_{atm} S_{atm} = 4.8 \times 10^{14} W$, circa 1% del risultato.

2.3 La potenza assorbita dal vetro e' $(P_{sea} - 100W) \times 10 cm^2 = 0.9W$.

2.4 L'angolo di diffrazione della radiazione arancione e' $\vartheta_a \approx \frac{600 nm}{60 \mu m} = 10 mrad$, quello della luce

rossa e' $\vartheta_r \approx \frac{700 nm}{60 \mu m} = 11.7 mrad$. Occorre porre lo schermo a distanza $D \sim \frac{1 mm}{\vartheta_r - \vartheta_a} = 59 cm$.