

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 9 giugno 2017

COGNOME _____ NOME _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito **NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

Esercizio 1 Un tratto rettilineo di cavo coassiale ha il raggio del conduttore interno pari ad a , raggio del conduttore esterno b e lunghezza ℓ (grande rispetto ad a e b). La regione fra i due conduttori è riempita di un materiale isolante con costante dielettrica relativa costante $\epsilon_r = 4$.

1.1 Si calcoli la capacità del cavo.

1.2 Si calcoli l'induttanza del cavo.

1.3 Indicando con dC/dx la capacità per unità di lunghezza e con dL/dx l'induttanza per unità di

lunghezza del cavo, si calcolino le quantità $\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{dC}{dx}\right)\left(\frac{dL}{dx}\right)}}$ e $\sqrt{\frac{\left(\frac{dL}{dx}\right)}{\left(\frac{dC}{dx}\right)}}$. Si indichi il significato fisico

delle due quantità calcolate.

1.4 Si risponda nuovamente alle domande precedenti se la costante dielettrica relativa varia con la distanza r dall'asse del cavo secondo la legge $\epsilon_r = \frac{b}{r}$.

Esercizio 2 Nota: fornire le valutazioni numeriche [solo] quando esplicitamente richiesto.

Nel vuoto in un sistema di coordinate $Oxyz$, un'onda elettromagnetica piana e monocromatica di frequenza $f=1\text{MHz}$ si propaga lungo l'asse $+x$ ed è polarizzata lungo y . Si osserva che nel punto O la componente y del campo elettrico al tempo $t=0$ ha il suo valore massimo. Il valore mediato nel tempo del modulo del vettore di Poynting è $\langle S \rangle = 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

2.1 Si scrivano le espressioni delle tre componenti del campo elettrico e del campo di induzione magnetica in ogni punto dello spazio in funzione di x, y, z, t . Si calcoli il valore numerico del massimo del modulo del campo elettrico e del campo di induzione magnetica.

2.2 Si calcoli (in funzione di t) la corrente indotta in un circuito elettrico $OABC$ di resistenza $R=100\Omega$. Le coordinate dei punti sono: $A=(w,0,0)$, $B=(w,h,0)$, $C=(0,h,0)$, con $w=10\text{cm}$ ed $h=1\text{m}$. Si calcoli il valore numerico del massimo della corrente indotta.

2.3 Si calcoli (in funzione di t) il momento magnetico indotto nel circuito. Quanto vale - viceversa - il momento di dipolo elettrico?

2.4 Si discuta qualitativamente la situazione in cui non vi sia il circuito, ma solamente un segmento conduttivo OC : il momento magnetico ed il momento di dipolo elettrico indotti dal passaggio dell'onda in questo caso saranno nulli oppure diversi da zero?

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 6 giugno 2017
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Se sul conduttore interno fosse disposta in modo uniforme una carica Q , in coordinate cilindriche il vettore induzione elettrica ed il campo elettrico avrebbe solo componente radiale:

$$E_r = \frac{D_r}{\epsilon_r \epsilon_o} = \frac{Q}{2\pi r \ell \epsilon_r \epsilon_o} = \frac{Q}{8\pi \epsilon_o \ell r}, \text{ da cui } \Delta V = \int_a^b E_r dr = \frac{Q}{8\pi \epsilon_o \ell} \ln \frac{b}{a} \text{ ed infine } C = \frac{8\pi \epsilon_o \ell}{\ln(b/a)}.$$

1.2 Se sul conduttore interno scorresse in modo uniforme una corrente I , in coordinate cilindriche il vettore induzione magnetica avrebbe solo componente tangenziale: $B_\theta = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$. Calcoliamo

$$\text{l'induttanza utilizzando l'energia magnetica: } U_m = \int_a^b u_m 2\pi r \ell dr = \int_a^b \frac{\mu_o I^2}{8\pi^2 r^2} 2\pi r \ell dr = \frac{\mu_o I^2 \ell}{4\pi} \ln(b/a),$$

$$\text{da cui } L = \frac{2U_m}{I^2} = \frac{\mu_o \ell}{2\pi} \ln(b/a).$$

1.3 $\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{dC}{dx}\right)\left(\frac{dL}{dx}\right)}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\mu_o \ln(b/a)}{2\pi} \frac{8\pi \epsilon_o}{\ln(b/a)}}} = \sqrt{\frac{1}{4\mu_o \epsilon_o}} = \frac{c}{2}$ e' la velocita' di propagazione di un segnale sul cavo;

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{dL}{dx}\right)}{\left(\frac{dC}{dx}\right)}} = \sqrt{\frac{\mu_o \ln(b/a)}{\epsilon_o} \frac{1}{4\pi}} = Z_o \frac{\ln(b/a)}{4\pi} \text{ e' l'impedenza caratteristic del cavo } (Z_o = 377\Omega).$$

1.4 L'induttanza non varia, mentre occorre ricalcolare la capacita': $E_r = \frac{D_r}{\epsilon_r \epsilon_o} = \frac{Q}{2\pi r \ell \epsilon_r \epsilon_o} = \frac{Q}{2\pi \epsilon_o \ell b}$ da

$$\text{cui } \Delta V = \int_a^b E_r dr = \frac{Q}{2\pi \epsilon_o \ell} \frac{(b-a)}{b} \text{ ed infine } C = \frac{2\pi \epsilon_o \ell b}{b-a}. \text{ Quindi } \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{dC}{dx}\right)\left(\frac{dL}{dx}\right)}} = c \sqrt{\frac{1-a/b}{\ln(b/a)}} \text{ e}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{dL}{dx}\right)}{\left(\frac{dC}{dx}\right)}} = \frac{Z_o}{2\pi} \sqrt{(1-a/b) \ln(b/a)}.$$

Esercizio 2

2.1 $E_y = E_o \cos(2\pi f(t - x/c))$, le altre componenti sono nulle.

$$B_z = \frac{E_o}{c} \cos(2\pi f(t - x/c)), \text{ le altre componenti sono nulle.}$$

$$\langle S \rangle = \left\langle \frac{1}{2} c \epsilon_o E_y^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2\mu_o} c B_z^2 \right\rangle = \frac{1}{4} c \epsilon_o E_o^2 + \frac{c}{4\mu_o} \frac{E_o^2}{c^2} = \frac{1}{2} c \epsilon_o E_o^2 = \frac{1}{2Z_o} E_o^2 \Rightarrow E_{\max} = E_o = \sqrt{2Z_o \langle S \rangle} = 27.4 \frac{V}{m}, B_{\max} = \frac{E_o}{c} = 91 nT \dots$$

2.2 Dalla legge di Faraday sul circuito (orientato OABC): $Ri = -\frac{d}{dt} \int_0^w h B_z dx = -\frac{d}{dt} \int_0^w h \frac{E_o}{c} \cos(2\pi f(t - x/c)) dx =$

$$= \frac{hE_o}{2\pi f} \frac{d}{dt} [\sin(2\pi f(t - w/c)) - \sin(2\pi ft)] = hE_o [\cos(2\pi f(t - w/c)) - \cos(2\pi ft)]. \text{ Notare come questo sia}$$

proprio la circuitazione del campo elettrico calcolata direttamente sul circuito. Si ricava quindi $i = \frac{hE_o}{R} [\cos(2\pi f(t - w/c)) - \cos(2\pi ft)] = 2 \frac{hE_o}{R} \sin\left(2\pi ft - \frac{\pi fw}{c}\right) \sin\left(\frac{\pi fw}{c}\right)$ da cui $i_{\max} = 2 \frac{hE_o}{R} \sin \frac{\pi fw}{c} = 0.57 mA$.

2.3 Il momento magnetico ha solo componente lungo la normale al circuito (z):

$$\mu_z = iwh = 2 \frac{h^2 w E_0}{R} \sin\left(2\pi ft - \frac{\pi fw}{c}\right) \sin\left(\frac{\pi fw}{c}\right)$$
. Il momento di dipolo elettrico e' nullo, in quanto non vi sono punti di possibile accumulo di carica nel circuito.

2.4 Nel caso in cui vi sia solo un segmento conduttore OC, parallelo al campo elettrico variabile nel tempo, la carica puo' solo muoversi lungo tale segmento. Si crea quindi un dipolo elettrico - diverso da zero - indotto in direzione y . Anche la corrente indotta e' lungo y , per cui il momento magnetico e' nullo.