FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 21 febbraio 2017

COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una sbarra perfettamente conduttrice di massa M si muove strisciando con attrito trascurabile su due rotaie conduttrici parallele, la prima delle quali coincide con l'asse x di un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$ dato, mentre la seconda con la retta $\begin{cases} z=0 \\ y=\ell \end{cases}$. Le rotaie sono connesse fra di loro da una induttanza L posta in $x=-\ell$. Al tempo $t=0$ la sbarra si trova in $x=0$ con velocita' di modulo V_o diretta nel verso positivo dell'asse x. Nella regione $0<x<d$ si trova un campo magnetico uniforme e costante di modulo B diretto lungo $+z$.

1.1 Si esprima la corrente che scorre nel circuito formato da induttanza, sbarra e guide in funzione della posizione x della sbarra per $0<x<d$.
1.2 Si calcoli la posizione x della sbarra in funzione di t (per $t>0$), ipotizzando che $0<x<d$.
1.3 Si calcoli il valore minimo di V_o per cui la sbarra attraversa tutta la regione che contiene il campo magnetico.
1.4 Si dica come varia nel tempo la velocita' della sbarra nel limite $L \to 0$.

Esercizio 2 Un condensatore cilindrico di altezza $h=20cm$ ha raggio interno $a=1cm$ e raggio esterno $3a$. Si utilizzi un sistema di coordinate cilindrico in cui l'asse z coincide con l'asse del condensatore. La regione $a<r<2a$ e' riempita di un dielettrico isolante con $\varepsilon_r=2$, la parte restante dello spazio e' vuota. Sull'elettrodo interno si trova una una carica libera $Q=100nC$, mentre $-Q$ si trova sull'elettrodo esterno.

2.1 Si calcolino le componenti radiali del campo di induzione elettrica D_r e del campo elettrico E_r e si riportino in un grafico in funzione di r.
2.2 Si calcolino la componente radiale della polarizzazione P_r e si riporti in un grafico in funzione di r. si calcolino inoltre tutte le cariche di polarizzazione (nel volume o superficiali).
2.3 Si calcoli la differenza di potenziale elettrico fra le armature.
2.4 Si calcoli l'energia totale immagazzinata nel condensatore.

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 21 febbraio 2017
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Applicando la legge di Faraday al circuito rettangolare composto dalle rotaie, dalla resistenza e dalla sbarra $0=-\frac{d(B\ell x)}{dt}-L\frac{di}{dt}$, per cui $B\ell x+Li=\text{costante}=0$ e $i=-\frac{B\ell}{L}x$.

1.2 Utilizzando la legge di Newton abbiamo $M\ddot{x}=B\ell i=-\frac{B^2\ell^2}{L}x$, da cui $\ddot{x}+\omega_0^2x=0$ e $\omega_0=\frac{B\ell}{\sqrt{ML}}$. Con le condizioni iniziali $\begin{cases} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=V_o \end{cases}$ si ricava $x=\frac{V_o}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$ e $V_x=V_o\cos(\omega_0 t)$.

1.3 La sbarra attraversa tutta la regione che contiene il campo magnetico se $V_o>\omega_0 d$.

1.4 Nel limite $L\to 0$ la corrente tende all'infinito, come pure la frequenza, quindi la velocita' della sbarra si inverte istantaneamente: $V_x=\begin{cases} V_o & \text{per } t<0 \\ -V_o & \text{per } t>0 \end{cases}$.

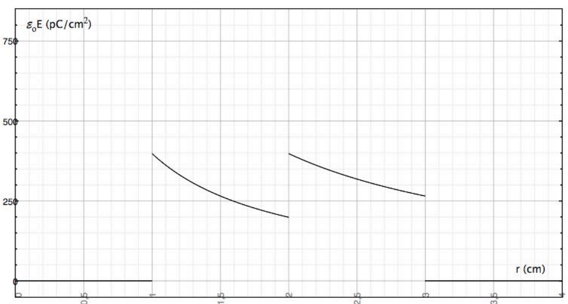
Esercizio 2

2.1 Poiche' $h>>a$ il sistema ha una simmetria cilindrica e quindi le cariche libere si disporranno uniformemente sugli elettrodi. Utilizzando la legge di Gauss per il campo di induzione elettrica

$$D_r=\begin{cases} Q/2\pi rh & \text{per } a<r<3a \\ 0 & \text{per } a>r \text{ e } r>3a \end{cases} \quad \text{da cui} \quad E_r=\frac{D_r}{\varepsilon_r\varepsilon_o}=\begin{cases} 0 & \text{per } a>r \text{ e } r>3a \\ Q/4\pi\varepsilon_o rh & \text{per } a<r<2a \\ Q/2\pi\varepsilon_o rh & \text{per } 2a<r<3a \end{cases}$$

. Nota:

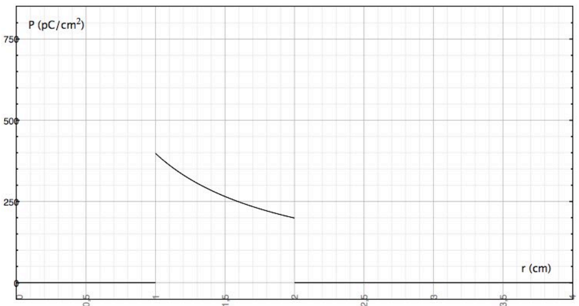
$$\begin{cases} D_r(a^+)=Q/2\pi ah=796pC/cm^2 \\ D_r(2a)=Q/4\pi ah=398pC/cm^2 \\ D_r(3a^-)=Q/6\pi ah=265pC/cm^2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} \varepsilon_0E_r(a^+)=Q/4\pi ah=398pC/cm^2 \\ \varepsilon_0E_r(2a^-)=Q/8\pi ah=199pC/cm^2 \\ \varepsilon_0E_r(2a^+)=Q/4\pi ah=398pC/cm^2 \\ \varepsilon_0E_r(3a^-)=Q/6\pi ah=265pC/cm^2 \end{cases}.$$



2.2 Dal risultato precedente si ottiene direttamente e $\mathrm{P_r}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_oE_r=\begin{cases} 0 & \text{per } a>r \text{ e } r>3a \\ Q/4\pi rh & \text{per } a<r<2a \\ 0 & \text{per } 2a<r<3a \end{cases}$.

Nota: $\begin{cases} P_r(a^-)=0 \\ P_r(a^+)=Q/4\pi ah=398pC/cm^2 \\ P_r(2a^-)=Q/8\pi ah=199pC/cm^2 \\ P_r(2a^+)=P_r(3a^-)=0 \end{cases}$. Non vi sono cariche di polarizzazione nel volume in quanto ovunque $\rho_{pol}=-\vec{\nabla}\bullet\vec{P}=-\frac{1}{r}\frac{\partial(r\mathrm{P_r})}{\partial r}=0$. Sulla superficie $r=a$ vi e' una carica superficiale di polarizzazione pari a $\sigma_p(a)=\hat{n}\bullet\vec{P}=-\frac{Q}{4\pi ah}$ (la carica totale di polarizzazione e'

$Q_p(a) = 2\pi ah\sigma_p(a) = -\frac{Q}{2}$), mentre sulla superficie *r=2a* vi e' una carica superficiale di polarizzazione pari a $\sigma_p(2a) = \hat{n} \bullet \vec{P} = +\frac{Q}{8\pi ah}$ (la carica totale di polarizzazione e' $Q_p(a) = 2\pi 2ah\sigma_p(a) = +\frac{Q}{2}$).



2.3 $V(a) - V(3a) = \int_a^{3a} E_r\, dr = \int_a^{2a} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o rh} dr + \int_{2a}^{3a} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_o rh} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o h} \ln\frac{9}{2} = 6.76kV$

2.4 $U = \frac{Q\Delta V}{2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_o h} \ln\frac{9}{2} = 338\mu J$