FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 13 gennaio 2017

COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una sbarra perfettamente conduttrice di massa M si muove strisciando con attrito trascurabile su due rotaie conduttrici parallele, a distanza ℓ, connesse fra di loro da una resistenza R. Al tempo $t = 0$ la sbarra ha velocita' di modulo V_o parallela alle rotaie. In tutto lo spazio si trova un campo magnetico uniforme e costante di modulo B perpendicolare al piano che contiene le rotaie.

1.1 Si calcoli la velocita' della sbarra in funzione del tempo t.
1.2 Si calcoli l'energia dissipata nella resistenza fra il tempo $t = 0$ ed il tempo $t = \infty$.
1.3 Si calcoli lo spazio percorso dalla sbarra prima di fermarsi.
1.4 Si calcoli la variazione della quantita' di moto fra il tempo $t = 0$ ed il tempo $t = \infty$ e si dica se tale variazione e' dovuta ad una forza applicata: i) dal sistema che genera il campo magnetico B (sia esso un magnete permanente o un sistema di conduttori percorsi da corrente) ; ii) dalle rotaie; iii) da un altro sistema (nel caso specificare quale).

Esercizio 2 Nel vuoto, in un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$ dato, il campo di induzione magnetica di un'onda e.m. piana di frequenza $f=10\ GHz$ vale $\vec{B} = \left(B_x, \ 0, \ 0 \right)$ con

$B_x = B_o \cos\left(\frac{ky}{2} - \frac{kz\sqrt{3}}{2} - \omega t \right)$ e $B_o = 1nT$.

2.1 Si calcolino i valori numerici di ω e k, ed il valore delle tre componenti del vettore d'onda $\vec{k}$.
2.2 Si calcolino le tre componenti del campo elettrico in ogni punto dello spazio al tempo t.
2.3 Si calcolino le tre componenti del vettore di Poynting in ogni punto dello spazio al tempo t ed il loro valore numerico mediato nel tempo.
2.4 Si calcolino le tre componenti della forza, mediata sul tempo, che la radiazione esercita su una superficie piana $A=1m^2$ disposta parallelamente al piano xz ed in cui l'onda viene perfettamente assorbita.

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2016-17
PROVA SCRITTA del 13 gennaio 2017
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Introduciamo un sistema di coordinate con l'asse *x* diretto come la velocita' della sbarra al tempo *t=0* e con l'asse *z* diretto come il campo magnetico. Mettiamo l'origine dell'asse *x* nella posizione della sbarra al tempo *t=0*. Ipotizziamo (ma il risultato non dipende da questa assunzione) che la resistenza si trovi in *x<0*. Applicando la legge di Faraday al circuito rettangolare composto dalle rotaie, dalla resistenza e dalla sbarra si ha: $Ri = -\frac{d(B\ell x)}{dt} = -B\ell V_x$ e $i = -\frac{B\ell V_x}{R}$. Utilizzando poi la seconda legge di Newton abbiamo $M\dot{V}_x = B\ell i = -\frac{B^2\ell^2}{R}V_x$, poiche' $V_x(0) = V_o$ si ha $V_x = V_o e^{-t/\tau}$ con $\tau = \frac{MR}{B^2\ell^2}$.

1.2 Poiche' $i = -\frac{B\ell}{R}V_x = -\frac{B\ell}{R}V_o e^{-t/\tau}$, l'energia dissipata e'

$$\Delta E = \int_0^\infty Ri^2\,dt = \int_0^\infty R\frac{B^2\ell^2}{R^2}V_o^2 e^{-2t/\tau}\,dt = \frac{B^2\ell^2}{R}V_o^2\left[-\frac{\tau}{2}e^{-2t/\tau}\right]_0^\infty = \frac{1}{2}MV_o^2$$

1.3 $x = \int_0^\infty V_x\,dt = \int_0^\infty V_o e^{-t/\tau}\,dt = \tau V_o$.

1.4 La variazione della quantita' di moto vale $\Delta\vec{p} = \begin{pmatrix} -MV_o, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ ed e' dovuta ad una forza applicata da: *i)* il sistema che genera il campo magnetico *B* (sia esso un magnete permanente o un sistema di conduttori percorsi da corrente).

Esercizio 2

2.1 $\omega = 2\pi f = 6.28x10^{10}\,rad/s$, $k = \frac{\omega}{c} = 209m^{-1}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} 0, & \frac{k}{2}, & -\frac{k\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$; definiamo anche $\hat{k} = \frac{\vec{k}}{k} = \begin{pmatrix} 0, & \frac{1}{2}, & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$.

2.2 $\vec{E} = c\vec{B}\wedge\hat{k} = \left(0, \ \frac{\sqrt{3}}{2}cB_o\cos\left(\frac{ky}{2} - \frac{kz\sqrt{3}}{2} - \omega t\right), \ \frac{1}{2}cB_o\cos\left(\frac{ky}{2} - \frac{kz\sqrt{3}}{2} - \omega t\right) \right)$

2.3 $\vec{S} = \frac{cB_0^2}{\mu_o}\cos^2\left(\frac{ky}{2} - \frac{kz\sqrt{3}}{2} - \omega t\right)\hat{k}$ e $<\vec{S}> = \frac{cB_0^2}{2\mu_o}\hat{k} = 119\frac{\mu W}{m^2}\begin{pmatrix} 0, & \frac{1}{2}, & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$.

2.4 La densita' di energia elettromagnetica (mediata nel tempo) vale $<u_{em}> = \frac{B_0^2}{2\mu_o} = 0.4\frac{pJ}{m^3}$. La forza risultante, tenendo conto dell'angolo di incidenza, in modulo vale $<|\vec{F}|> = A\frac{<u_{em}>}{2} = 0.2pN$ e le sue componenti $<\vec{F}> = \frac{<u_{em}>}{2}A\hat{k} = 0.2pN\begin{pmatrix} 0, & \frac{1}{2}, & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$.