

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2015-16
PROVA SCRITTA del 14 settembre 2016

COGNOME _____ **NOME** _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito **NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

Esercizio 1 *Nota: sono importanti le valutazioni numeriche.*

Un solenoide, con $N = 10^3$ spire, altezza $h = 50 \text{ cm}$ e raggio $b = 5 \text{ cm}$, e' percorso da una corrente continua $i_o = 5 \text{ A}$. Si utilizzi un sistema di coordinate cilindriche $rz\phi$, in cui l'asse z coincide con l'asse del solenoide. Nella regione $a = 4 \text{ cm} < r < b$ si trova un materiale magnetizzabile lineare ed omogeneo con permeabilità $\mu_r = 2$.

- 1.1 Si dica quale e' l'unica componente non nulla del campo magnetico (\vec{H}) e del campo di induzione magnetica (\vec{B}). Si calcolino queste componenti nel sistema di coordinate dato in ogni punto dello spazio e se ne costruiscano i grafici in funzione di r , riportando le coordinate dei punti significativi.
- 1.2 Si calcoli, integrando la densita' di energia magnetica, l'energia totale immagazzinata nel solenoide.
- 1.3 Si calcoli l'autoinduttanza del solenoide.
- 1.4 Se al tempo $t=0$ il solenoide (che per $t < 0$ e' sempre percorso dalla corrente i_o) viene chiuso su una resistenza $R = 30 \Omega$, si calcoli la corrente che scorre nel solenoide per $t > 0$.

Esercizio 2 Nel vuoto, in un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$ dato, un'onda e.m. piana e monocromatica di lunghezza d'onda λ si propaga nella direzione positiva dell'asse x . Il campo elettrico e' diretto lungo l'asse y ed al tempo $t=0$ nel punto O la componente E_y assume il suo valore massimo E_o .

- 2.1 Si calcolino il campo elettrico ed il campo di induzione magnetica in ogni punto dello spazio in funzione del tempo t .
- 2.2 Nel piano $x=0$ si trova una particella di massa m e carica elettrica $q > 0$; tale particella e' vincolata a muoversi senza attrito nel piano $x=0$. Al tempo $t=0$ la particella e' ferma nel punto O . Si calcoli la velocita' della particella, in funzione del tempo t , per $t > 0$.
- 2.3 Si calcoli, in funzione del tempo t , la forza vincolare che il piano esercita sulla particella.
- 2.4 Per quest'ultima domanda nel piano $x=0$ al tempo $t=0$ si trovano n_{sup} particelle, identiche a quella della domanda precedente e sempre vincolate a muoversi senza attrito nel piano, per unita' di superficie; al tempo $t=0$ esse sono ferme ed uniformemente distribuite. Si calcoli la corrente superficiale nel piano $x=0$ per $t > 0$ ed il campo magnetico da essa generato. Si dica se il risultato ottenuto sia esatto oppure approssimato: nel secondo caso si indichino le approssimazioni effettuate.

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2015-16
PROVA SCRITTA del 14 settembre 2016
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 L'unica componente non nulla e' quella assiale:

$$H_r = H_\phi = 0, H_z = \begin{cases} \frac{Ni_o}{h} = 10^4 \text{ A/m} & \text{per } 0 < r < b \\ 0 & \text{per } r > b \end{cases}; B_r = B_\phi = 0, B_z = \begin{cases} \frac{\mu_o Ni_o}{h} = 125.6 \text{ G} & \text{per } 0 < r < a \\ \mu_r \frac{\mu_o Ni_o}{h} = 251.2 \text{ G} & \text{per } a < r < b \\ 0 & \text{per } r > b \end{cases}.$$

1.2 Poiche' la densita' di energia magnetica e' $\frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2}$, l'energia magnetica totale vale

$$U_{\text{magn}} = \frac{\mu_o}{2} \left(\frac{Ni_o}{h} \right)^2 \pi a^2 h + \frac{\mu_r \mu_o}{2} \left(\frac{Ni_o}{h} \right)^2 \pi (b^2 - a^2) h = \mu_o \frac{\pi N^2 i_o^2}{2h} (a^2 + \mu_r (b^2 - a^2)) = 0.34 \text{ J}.$$

1.3 $U_{\text{magn}} = \frac{1}{2} Li_o^2$, per cui $L = 27 \text{ mH}$.

1.4 L'equazione del circuito e' $\begin{cases} L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \\ i(0) = i_o \end{cases}$, da cui $i = i_o e^{-t/\tau}$ con $\tau = 0.9 \text{ ms}$

Esercizio 2

2.1 Poiche' l'onda e' piana e monocromatica, si propaga nella direzione positiva dell'asse x ed e' polarizzata lungo y si puo' scrivere $E_x = E_z = 0$, $E_y = A \cos(kx - \omega t + \phi)$. Imponendo che la lunghezza d'onda sia λ e che al tempo $t=0$ nel punto O la componente E_y assuma il suo valore massimo E_o possiamo concludere $E_y = E_o \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - ct)\right]$. Il campo di induzione magnetica vale $B_x = B_y = 0$,

$$B_z = \frac{E_o}{c} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - ct)\right].$$

2.2 Sulla particella agiscono le forze e.m. e la forza vincolare del piano: $m\vec{a} = q\vec{E} + q\vec{V} \wedge \vec{B} + \vec{T}$. La forza \vec{T} e' diretta lungo x (vincolo liscio), la forza $q\vec{E}$ e' diretta lungo y , la forza $q\vec{V} \wedge \vec{B}$ e' diretta lungo x (la velocita' e' nel piano yz ed il campo magnetico e' lungo z): non ci sono forze lungo z e quindi l'accelerazione lungo z e' nulla. Inoltre sappiamo che l'accelerazione lungo x e' nulla (la particella e' vincolata nel piano yz), quindi possiamo scrivere che $\vec{T} = -q\vec{V} \wedge \vec{B}$ e $T_x = -qV_y B_z$.

Infine l'equazione del moto lungo y ci fornisce $ma_y = qE_y(x=0, t) = E_o \cos\frac{2\pi ct}{\lambda}$, da cui

$$V_y = V_y(0) + \int_0^t a_y dt = \frac{qE_o}{m} \frac{\lambda}{2\pi c} \sin\frac{2\pi ct}{\lambda}.$$

2.3 Come spiegato sopra $T_x = -qV_y B_z$ e quindi $T_x = -\frac{q^2 E_o^2}{m} \frac{\lambda}{2\pi c^2} \sin\frac{2\pi ct}{\lambda} \cos\frac{2\pi ct}{\lambda}$.

2.4 $K_y = \frac{q^2 E_o^2}{m} \frac{\lambda n_{\text{sup}}}{2\pi c} \sin\frac{2\pi ct}{\lambda}$, utilizzando la legge di Ampere $B_z = \begin{cases} \frac{\mu_o q^2 E_o^2}{m} \frac{\lambda n_{\text{sup}}}{2\pi c} \sin\frac{2\pi ct}{\lambda} & \text{per } x < 0 \\ -\frac{\mu_o q^2 E_o^2}{m} \frac{\lambda n_{\text{sup}}}{2\pi c} \sin\frac{2\pi ct}{\lambda} & \text{per } x > 0 \end{cases}$. Il

risultato e' approssimato perche' non si tiene conto dell'irraggiamento: il campo magnetico

generato e' variabile nel tempo e si produce un'onda e.m.; inoltre le particelle irraggiando perdono energia per cui la loro velocita' non sarebbe esattamente quella calcolata in 2.2. Il risultato ottenuto e' comunque valido a distanze dal piano che siano piccole rispetto alla lunghezza d'onda.