FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2015-16
PROVA SCRITTA del 22 luglio 2016

COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una spira circolare ha raggio *a*, resistenza *R e* autoinduttanza trascurabile. La spira è bloccata sul piano *xy* di un sistema di coordinate *Oxyz* , il suo centro si trova nel punto *O*. In tutto lo spazio è presente un campo magnetico uniforme che varia nel tempo con la legge

$\vec{B} = \left(B_o \frac{t}{\tau} \sin\alpha, \quad 0, \quad B_o \frac{t}{\tau} \cos\alpha \right)$ dove α è un angolo noto.

1.1 Si calcoli la corrente indotta nella spira.
1.2 Si calcolino le tre componenti del momento magnetico della spira.
1.3 Si calcolino le tre componenti della forza magnetica sulla spira e le tre componenti del momento delle forze magnetiche sulla spira in funzione del tempo *t*.
1.4 Si connettono due punti opposti della spira con un filo con in serie un amperometro ed una resistenza R_A. Quanto vale il prodotto della corrente misurata dall'amperometro per la resistenza R_A? Dire se la risposta dipende da come è disposto il filo (che puo' avere una lunghezza a piacere): in caso negativo se ne calcoli il valore, in caso affermativo si effettui il calcolo su due percorsi che forniscono risultati diversi. Dire se la quantità che viene misurata sia una differenza di potenziale o un'altra grandezza fisica.

Esercizio *2 Nota: sono importanti le valutazioni numeriche*
In un sistema di coordinate *Oxyz*, un'onda elettromagnetica piana e monocromatica si propaga lungo l'asse +*x* ed è polarizzata lungo *y*. Si osserva che nel punto *O* la componente *y* del campo elettrico vale $E_{yo} = E_o \cos\left(2\pi f t + \frac{\pi}{4}\right)$, con f*=1GHz* e E_o*=1V/m*.

2.1 Si scriva l'espressione delle tre componenti del campo elettrico in ogni punto dello spazio in funzione di *x,y,z,t*.
2.2 Si scriva l'espressione delle tre componenti del campo magnetico in ogni punto dello spazio in funzione di *x,y,z,t*.
2.3 Si calcolino il valore *istantaneo* ed il valore *mediato nel tempo* del vettore di Poynting e della densita di energia elettromagnetica in ogni punto dello spazio.
2.4 Si calcoli la forza istantanea (in funzione di *t*) su un circuito elettrico *OABC* percorso da una corrente *i=10A* mantenuta costante da un apposito generatore. Le coordinate dei punti sono: *A=(a,0,0), B=(a,a,0), C=(0,a,0),* con *a = 15cm*

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2015-16
PROVA SCRITTA del 22 luglio 2016
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 $i_o = -\frac{B_o}{\tau}\frac{\pi a^2}{R}\cos\alpha$.

1.2 $\vec{\mu} = \left(0, \quad 0, \quad -\frac{B_o}{\tau}\frac{\pi^2 a^4}{R}\cos\alpha \right)$

1.3 La forza magnetica *totale* sulla spira è nulla, in quanto essa è immersa in un campo magnetico uniforme. Il momento delle forze magnetiche sulla spira vale

$$\vec{\mu} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \mu_z \\ B_o \frac{t}{\tau}\sin\alpha & 0 & B_o \frac{t}{\tau}\cos\alpha \end{vmatrix} = \left(0, \quad -\frac{B_o^2 t}{R\tau^2}\pi^2 a^4 \sin\alpha\cos\alpha, \quad 0 \right).$$

1.4 La risposta dipende da come viene disposto il filo; la quantità che viene misurata non è una differenza di potenziale (il campo elettrico indotto non è conservativo), ma una forza elettromotrice (*fem).* Per convincersi, come prima operazione connettiamo i due punti opposti della spira , chiamati H e K, lungo il diametro: la corrente che scorre nell'amperometro è nulla. Come seconda operazione connettiamo H e K con un filo che scorre molto vicino alla spira, con l'amperometro montato nel verso antiorario rispetto all'asse *z*. Chiamiamo i_A la corrente nell'amperometro, i' la corrente nella spira nella sua parte molto vicina all'amperometro, ed infine sia $i = i' + i_A$ la corrente nella semicirconferenza opposta. Applicando la legge di Faraday alla circonferenza attraverso l'amperometro e successivamente alla spira si ha il sistema
$$\begin{cases} \frac{R}{2}i + R_A i_A = -\frac{B_o}{\tau}\pi a^2\cos\alpha \\ \frac{R}{2}i + \frac{R}{2}i' = -\frac{B_o}{\tau}\pi a^2\cos\alpha \end{cases}$$
. La soluzione è

$R_A i_A = -\frac{B_o}{2\tau}\pi a^2\cos\alpha\frac{1}{1+\frac{R}{4R_A}}$, che si puo' anche scrivere (vedi risposta *1.1*) $R_A i_A = \frac{R}{2}i_o\frac{1}{1+\frac{R}{4R_A}}$ da cui si nota che si otterrebbe ½ della *fem* nel ca so in cui fosse $R_A >> R$.

Esercizio 2

2.1 $\vec{E} = \left(0, \quad E_o\cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4} - kx\right), \quad 0 \right)$ con $k = \frac{2\pi f}{c} = 20.9 m^{-1}$, inoltre notiamo che $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{c}{f} = 30 cm$.

2.2 $\vec{B} = \left(0, \quad 0, \quad \frac{E_o}{c}\cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4} - kx\right) \right)$.

2.3 $\vec{S} = \left(\frac{E_o^2}{\mu_o c}\cos^2\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4} - kx\right), \quad 0, \quad 0 \right)$, $<\vec{S}> = \left(\frac{E_o^2}{2\mu_o c}, \quad 0, \quad 0 \right) = \left(1.33\frac{mW}{m^2}, \quad 0, \quad 0 \right)$,

$u_{em} = \frac{|\vec{S}|}{c} = \varepsilon_o E_o^2\cos^2\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4} - kx\right)$ e $<u_{em}> = \frac{\varepsilon_o E_o^2}{2} = 4.4\frac{pJ}{m^3}$.

2.4 Notiamo che $a = 15cm = \lambda/2$. La forza richiesta è quella magnetica e si puo' scrivere $\vec{F} = \vec{F}_{OA} + \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{CO}$. Poichè $\vec{F}_{OA} = -\vec{F}_{BC}$, si ha $\vec{F} = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CO} = i\overrightarrow{AB} \wedge \vec{B} + i\overrightarrow{CO} \wedge \vec{B} = \left(F_x, \ 0, \ 0 \right)$,

con $F_x = iaB_z(x = a) - iaB_z(x = 0) = i\frac{\lambda}{2}\left[\frac{E_o}{c}\cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4} - k\frac{\lambda}{2}\right) - \frac{E_o}{c}\cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4}\right)\right] = -i\frac{E_o}{f}\cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4}\right)$; il valore massimo della forza è $10^{-8} N$.