

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2015-16
PROVA SCRITTA del 10 giugno 2016

COGNOME _____ **NOME** _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito **NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

Esercizio 1 Una spira quadrata ha lato L , resistenza R , autoinduttanza trascurabile e massa M . La spira è lanciata sul piano xy con i lati paralleli agli assi e velocità iniziale V_0 diretta lungo x . Per $t=0$ la spira, che può muoversi senza attrito sul piano, inizia ad entrare nel semispazio $x>0$. Nella regione $x<0$ non vi sono campi magnetici, mentre in $x>0$ è presente un campo magnetico uniforme e costante $\vec{B} = (0, 0, B_0)$.

- 1.1** Si calcoli la corrente indotta nella spira in funzione della sua velocità (nota: *non* in funzione del tempo t) nel tratto in cui è parzialmente immersa nel campo magnetico.
- 1.2** Si calcoli la velocità della spira, *in funzione* del tempo t , nel tratto in cui è parzialmente immersa nel campo magnetico.
- 1.3** Si calcoli la velocità iniziale minima della spira affinché essa possa entrare completamente nel campo magnetico.
- 1.4** Nel caso in cui la velocità iniziale della spira sia superiore al valore minimo calcolato precedentemente (domanda 1.3), si calcoli la variazione di energia meccanica fra il tempo $t=0$ e il tempo in cui la spira è completamente immersa nel campo magnetico.

Esercizio 2 *Nota: sono importanti le valutazioni numeriche.*

Una sorgente puntiforme emette isotropicamente onde elettromagnetiche monocromatiche con frequenza $f = 3 \text{ GHz}$ e potenza media $P_0 = 1.5 \text{ kW}$. La sorgente si trova al centro di una superficie sferica di raggio $R = 1 \text{ m}$ che assorbe completamente la radiazione, con l'eccezione di una apertura quadrata di area $S = 1 \text{ cm}^2$ centrata in un punto A di essa.

- 2.1** Si calcolino la potenza *media* attraverso l'apertura in A , il valore *medio* del modulo del vettore di Poynting ed il valore *medio* della densità di energia elettromagnetica nel punto A .
- 2.2** Si calcolino i moduli dei valori *massimi* del campo elettrico e magnetico nel punto A .
- 2.3** Si calcoli il valore *medio* del modulo del vettore di Poynting nel punto B , che si trova sul prolungamento del segmento OA ad una distanza $2R$ da O . Si specificino le approssimazioni o ipotesi eventualmente effettuate e si dica se queste dipendono dalla frequenza della radiazione emessa.
- 2.4** Si risponda nuovamente alla domanda 2.3 nel caso in cui la superficie sferica fosse trasparente e la piccola superficie quadrata in A fosse completamente assorbente.

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2015-16
PROVA SCRITTA del 10 giugno 2016
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Si applica la legge di Faraday quando la spira e' immersa per un tratto x all'interno del campo

magnetico: $Ri = -\frac{d}{dt}(B_o Lx)$, da cui $i = -\frac{B_o L V_x}{R}$.

1.2 Sulla spira agisce la forza di Laplace, per cui $M \frac{dV_x}{dt} = B_o Li = -\frac{B_o^2 L^2}{R} V_x$. Con la condizione

iniziale $V_x(0) = V_o$, la soluzione e' $V_x = V_o e^{-t/\tau}$ con $\tau = \frac{MR}{B_o^2 L^2}$.

1.3 Dobbiamo verificare che esista un tempo t_{out} tale che $x(t_{out}) = L$. Calcoliamo quindi

$x(t) = \int_0^t V_x dt = V_o \tau (1 - e^{-t/\tau})$, da cui $x(t_{out}) = V_o \tau (1 - e^{-t_{out}/\tau})$. La spira entra completamente nel

campo magnetico se $e^{-t_{out}/\tau} = 1 - \frac{L}{V_o \tau}$, possibile solo se $V_o > \frac{L}{\tau}$.

1.4 La velocità quando la spira e' completamente immersa nel campo magnetico vale

$V_{out} = V_o e^{-t_{out}/\tau} = V_o - \frac{L}{\tau}$, la variazione di energia cinetica della spira:

$\Delta E = \frac{1}{2} M V_{out}^2 - \frac{1}{2} M V_o^2 = \frac{1}{2} \frac{ML}{\tau} \left(\frac{L}{\tau} - 2V_o \right)$. Notate che nel caso particolare $V_o = \frac{L}{\tau}$ in cui la spira si fermasse esattamente quando e' completamente immersa nel campo, la variazione di energia sarebbe proprio $-\frac{1}{2} M V_o^2$.

Esercizio 2

2.1 La potenza media attraverso l'apertura vale $\langle P_A \rangle = P_o \frac{S}{4\pi R^2} = 11.9 mW$; in A il valore medio del

modulo del vettore di Poynting vale $\langle |\vec{S}_A| \rangle = P_o \frac{1}{4\pi R^2} = 119 W/m^2$ ed il valore medio della densità

di energia elettromagnetica vale $\langle u_A \rangle = \frac{\langle |\vec{S}_A| \rangle}{c} = 397 nJ/m^3$.

2.2 Si ha $\langle u_A \rangle = \langle \epsilon_o E^2 \rangle = \frac{\epsilon_o E_{max}^2}{2} = 397 nJ/m^3$, da cui $E_{max} = \sqrt{\frac{2 \langle u_A \rangle}{\epsilon_o}} = 300 V/m$ e $B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = 1 \mu T$.

2.3 L'apertura ha dimensioni ($1 cm$) che sono molto minori della lunghezza d'onda della radiazione, pari a $c/f = 10 cm$. Quindi la radiazione che attraversa l'apertura puo' essere considerata – principio di Huygens – una sorgente puntiforme e quindi il valore medio del vettore di Poynting

nel punto B vale $\langle |\vec{S}_B| \rangle = P_A \frac{1}{2\pi R^2} = P_o \frac{S}{8\pi^2 R^4} = 1.9 mW/m^2$.

2.4 In questo caso la superficie in A assorbe solo una quantità minima di radiazione ($11.9 mW$ su $1.5 kW$); inoltre, avendo dimensioni molto minori della lunghezza d'onda della radiazione, la radiazione prosegue con perturbazione trascurabile. Quindi il valore medio del vettore di

Poynting nel punto B adesso vale $\langle |\vec{S}_B| \rangle = \frac{P_o}{16\pi^2 R^2} = 30 W/m^2$. Nota: come paragone visivo, si

pensi a onde del mare di lunghezza d'onda $\sim 3\text{m}$ su un fondale da cui emerge un palo di 30cm di diametro: la perturbazione alle onde e' effettivamente trascurabile.