

**FISICA 1 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2014-15**  
**PROVA SCRITTA del 19 febbraio 2016**

**COGNOME** \_\_\_\_\_ **NOME** \_\_\_\_\_

**NOTA: questo foglio deve essere restituito** **NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

**Esercizio 1** Un piano inclinato di  $\theta=30^\circ$  raggiunge un'altezza massima  $H=2m$  dal suolo. Al tempo  $t=0$  un blocco di massa  $M=6kg$  e' lanciato dal basso lungo il piano inclinato con una velocita' iniziale di modulo  $V_o=7m/s$ . Fra blocco e piano e' presente una forza di attrito dinamico il cui coefficiente e'  $\mu_D=0.1$ . Arrivato in cima al piano, il blocco si stacca e prosegue, con attrito dell'aria trascurabile, fino a toccare di nuovo terra.

- 1.1** Si calcolino i lavori effettuati sul blocco, fra l'istante iniziale e l'istante in cui esso e' in procinto di staccarsi dal piano, dalla: *a)* forza di attrito *b)* reazione normale del piano *c)* forza di gravita'.
- 1.2** Si calcolino: *i)* il modulo della velocita' del blocco alla sommita' del piano; *ii)* il modulo della velocita' del blocco quando tocca terra.
- 1.3** Si determini, in funzione del tempo  $t$ , la legge oraria del blocco, avendo fissato un sistema di coordinate  $Oxy$  con origine nel punto di partenza del blocco, asse  $x$  orizzontale ed asse  $y$  verso l'alto. [Nota: si consiglia di effettuare il calcolo in un sistema di coordinate in cui un asse sia lungo il piano inclinato e poi di proiettare sugli assi  $xy$ .]
- 1.4** Si determini, in funzione del tempo  $t$ , la potenza sviluppata dalla sola forza di attrito dinamico.

**Esercizio 2** Si consideri una sfera isolante, di raggio  $a$ , uniformemente caricata con una densita' di carica di volume  $\rho$  positiva e con densita' di massa pari a  $\delta$ . La sfera ruota attorno ad un asse passante per il suo centro con velocita' angolare  $\omega$  costante nel tempo.

- 2.1** Si calcoli il campo elettrico a distanza  $R$  dal centro e se ne disegni il grafico
- 2.2** Si calcoli il potenziale elettrico a distanza  $R$  dal centro, imponendo che il potenziale sia nullo a distanza infinita, e se ne disegni il grafico
- 2.3** Si disegnano, qualitativamente, le linee di forza del campo magnetico all'esterno della sfera
- 2.4** Si calcoli il rapporto fra i moduli del momento magnetico e del momento angolare della sfera

**FISICA 1 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2014-15**  
**PROVA SCRITTA del 19 febbraio 2016**  
**RISPOSTE**

**Esercizio 1**

1.1 a) forza di attrito:  $L_A = -\mu_D \frac{H}{\sin 30^\circ} Mg \cos 30^\circ = -20.4J$

b) reazione normale del piano: lavoro nullo

c) forza di gravita'  $L_{Mg} = -MgH = -117.6J$

**1.2**

i) Usare il teorema dell'energia cinetica, in cui il lavoro totale e' la somma dei lavori calcolati nella domanda precedente. Indicando con  $V_S$  la velocita' del blocco in cima al trampolino si ha:

$$\frac{1}{2}MV_S^2 - \frac{1}{2}MV_o^2 = L_{TOT} \Rightarrow V_S = \sqrt{V_o^2 + 2L_{TOT} / M} = 1.7m/s$$

ii) Usare il teorema dell'energia cinetica fra l'istante iniziale e l'istante in cui il blocco tocca terra. Il lavoro della gravita' e quindi nullo ed il lavoro totale riceve un contributo solamente dalla forza di attrito. Indicando con  $V_T$  la velocita' finale del blocco al suolo si ha:

$$\frac{1}{2}MV_T^2 - \frac{1}{2}MV_o^2 = L_A \Rightarrow V_T = \sqrt{V_o^2 + 2L_A / M} = 6.5m/s$$

1.3 Definiamo  $t=t_1$  l'istante in cui il blocco si stacca dal trampolino nel punto  $(H \cot \theta, H)$  con velocita'  $\vec{V}_S = (V_S \cos 30^\circ, V_S \sin 30^\circ)$  e  $t=t_2$  il tempo in cui il blocco tocca terra. Per  $0 < t < t_1$

la posizione lungo il piano inclinato segue la legge  $s = V_o t - \frac{g}{2}(\sin 30^\circ + \mu_D \cos 30^\circ)t^2$ , per cui la legge

oraria e' 
$$\begin{cases} x = V_o t \cos 30^\circ - \frac{g}{2}(\sin 30^\circ + \mu_D \cos 30^\circ) \cos 30^\circ t^2 \\ y = V_o t \sin 30^\circ - \frac{g}{2}(\sin 30^\circ + \mu_D \cos 30^\circ) \sin 30^\circ t^2 \end{cases}$$
 . Per  $t_1 < t < t_2$  la legge oraria e', invece,

$$\begin{cases} x = H \cot 30^\circ + V_S(t - t_1) \cos 30^\circ \\ y = H + V_S(t - t_1) \sin 30^\circ - g(t - t_1)^2 / 2 \end{cases}, \text{ con } t_2 = t_1 + (V_S + \sqrt{V_S^2 + 8Hg}) / 2g.$$

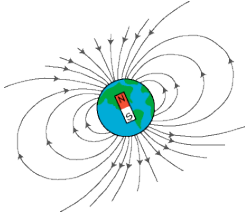
1.4 La forza di attrito sviluppa una potenza non nulla solo per  $0 < t < t_1$ . In questo intervallo di tempo la velocita' del blocco e'  $|\vec{V}| = V_o - g(\sin 30^\circ + \mu_D \cos 30^\circ)t$ , per cui la potenza richiesta e'

$$P = \vec{F}_D \cdot \vec{V} = -Mg\mu_D \cos 30^\circ \cdot [V_o - g(\sin 30^\circ + \mu_D \cos 30^\circ)t].$$

**Esercizio 2**

2.1 Il campo elettrico si calcola applicando la legge di Gauss: 
$$E_R = \begin{cases} \frac{\rho R}{3\epsilon_o} & \text{per } R < a \\ \frac{\rho a^3}{3\epsilon_o R^2} & \text{per } R > a \end{cases}$$

2.2 Il potenziale si ottiene integrando il campo elettrico: 
$$V(R) - V(\infty) = \int_R^\infty E_R dR = \begin{cases} \frac{\rho a^2}{2\epsilon_o} - \frac{\rho R^2}{6\epsilon_o} & (0 < R < a) \\ \frac{\rho a^3}{3\epsilon_o R} & (R > a) \end{cases}$$



- 2.3** Qualitativamente le linee di forza del campo magnetico all'esterno della sfera sono simili alle linee di forza del campo magnetico terrestre.
- 2.4** Momento magnetico e momento angolare sono diretti, per simmetria, lungo l'asse di rotazione. Un elemento di volume  $dV$  della sfera, che ruoti ad una distanza  $r$  dall'asse, ha un momento angolare lungo l'asse di rotazione pari a  $dL_z = \omega r^2 \delta dV$ . Lo stesso elemento di volume contribuisce al momento magnetico lungo l'asse di rotazione con una quantità  $d\mu_z = f \pi r^2 \rho dV$ , dove  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  è la frequenza di rotazione. Quindi il rapporto fra momento magnetico e momento angolare vale  $\frac{d\mu_z}{dL_z} = \frac{\rho}{2\delta}$  per gli elementi infinitesimi, quindi per i momenti totali il rapporto è pari al rapporto fra massa e carica totale, diviso per 2.