FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2015-16
PROVA SCRITTA del 2 febbraio 2016

COGNOME ____________________ NOME ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Un filo rettilineo, coincidente con l'asse z di un sistema di coordinate cilindriche $rz\phi$, e' percorso da una corrente i. Nella regione $a<r<2a$ si trova un materiale magnetizzabile lineare ed omogeneo con permeabilità μ_r.

1.1 Si calcolino le (tre) componenti, nel sistema di coordinate dato, del campo di induzione magnetica $\vec{B}$ in ogni punto dello spazio.

1.2 Si calcolino le componenti, nel sistema di coordinate dato, della magnetizzazione $\vec{M}$ in ogni punto dello spazio.

1.3 Si calcolino le componenti, nel sistema di coordinate dato, delle correnti di magnetizzazione nel volume $\vec{j}_{magn}$ e di superficie $\vec{K}_{magn}$ in ogni punto dello spazio.

1.4 Si calcoli la differenza fra l'energia magnetica contenuta nella regione dello spazio $0<z<h$ nella situazione sopra descritta e l'energia magnetica contenuta nella stessa regione dello spazio nel caso in cui non vi fosse il materiale magnetizzabile.

Esercizio 2 In un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$ dato il campo elettrico di un'onda e.m. piana di frequenza $f=1MHz$ vale $\vec{E}=\left(\ 0_x,\ \ 0,\ \ E_z\ \right)$ con $E_z=E_o\cos\left(\frac{kx}{\sqrt{2}}+\frac{ky}{\sqrt{2}}-\omega t\right)$ e $E_o=0.3\frac{V}{m}$.

2.1 Si calcolino i valori numerici di ω e k, ed il valore delle tre componenti del vettore d'onda $\vec{k}$.

2.2 Si calcoli il valore numerico massimo del modulo del campo di induzione magnetica.

2.3 Si calcolino le tre componenti del campo di induzione magnetica in ogni punto dello spazio in funzione del tempo t.

2.4 Si calcoli la forza media che la radiazione esercita su una superficie piana di $10m^2$ disposta parallelamente al piano yz e sui cui l'onda si riflette perfettamente.

FISICA 2 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2015-16
PROVA SCRITTA del 2 febbraio 2016
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 $B_z = B_r = 0$, $B_\phi = \begin{cases} \dfrac{\mu_o i}{2\pi r} & \text{per } 0<r<a \\ \mu_r \dfrac{\mu_o i}{2\pi r} & \text{per } a<r<2a \\ \dfrac{\mu_o i}{2\pi r} & \text{per } 2a<r \end{cases}$.

1.2 $M_z = M_r = 0$, $M_\phi = \begin{cases} 0 & \text{per } 0<r<a \\ \dfrac{(\mu_r - 1)i}{2\pi r} & \text{per } a<r<2a \\ 0 & \text{per } 2a<r \end{cases}$.

1.3 $\vec{j}_{magn} = \vec{\nabla} \wedge \vec{M} = \vec{0}$. $\vec{K}_{magn} = \vec{M} \wedge \hat{n}$, per cui l'unica componente non nulla e' quella assiale:

$K_z^{magn}(a) = \dfrac{(\mu_r - 1)i}{2\pi a}$ e $K_z^{magn}(2a) = \dfrac{-(\mu_r - 1)i}{4\pi a}$.

1.4 Nel caso in cui non ci fosse il materiale magnetico, il campo di induzione magnetica sarebbe $B_\phi = \dfrac{\mu_o i}{2\pi r}$ in ogni punto. Poiche' la densita' di energia magnetica e' $\dfrac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} = \dfrac{B^2}{2\mu_o \mu_r}$, la differenza richiesta vale $\Delta U_{magn} = \int_a^{2a} \left[\dfrac{1}{2\mu_r \mu_o} \left(\dfrac{\mu_r \mu_o i}{2\pi r} \right)^2 - \dfrac{1}{2\mu_o} \left(\dfrac{\mu_o i}{2\pi r} \right)^2 \right] 2\pi r h\, dr = \dfrac{(\mu_r - 1)\mu_o i^2 h}{4\pi} \ln 2$.

Esercizio 2

2.1 $\omega = 2\pi f = 6.28x10^6 rad/s$, $k = \dfrac{\omega}{c} = 2.09x10^{-2} m^{-1}$, $\vec{k} = \left(\dfrac{k}{\sqrt{2}}, \ \dfrac{k}{\sqrt{2}}, \ 0 \right)$; definiamo anche

$\hat{k} = \dfrac{\vec{k}}{k} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \ \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \ 0 \right)$.

2.2 In un'onda $|\vec{B}| = \dfrac{|\vec{E}|}{c}$ per cui il suo valore massimo e' $|\vec{B}|_{\max} = \dfrac{E_o}{c} = 1nT$.

2.3 $\vec{B} = \vec{B}_o \cos\left(\dfrac{kx}{\sqrt{2}} + \dfrac{ky}{\sqrt{2}} - \omega t \right)$ con $\vec{B}_o = \dfrac{\hat{k} \wedge \vec{E}_o}{c} = \left(\dfrac{E_o}{c\sqrt{2}}, \ -\dfrac{E_o}{c\sqrt{2}}, \ 0 \right)$.

2.4 La pressione di radiazione, per incidenza perpendicolare e materiale perfettamente assorbente, e' pari alla densita' di energia elettromagnetica u_{em} . Se il materiale e' perfettamente riflettente, la pressione raddoppia. Se l'onda incide con un angolo θ (misurato rispetto alla normale alla superficie), la pressione diminuisce di un fattore $\cos\theta$, che nel nostro caso vale $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Poiche' l'energia elettromagnetica media vale $< u_{em} > = < \dfrac{B^2}{2\mu_o} > + < \dfrac{\varepsilon_o E^2}{2} > = < \varepsilon_o E^2 > = \dfrac{\varepsilon_o E_o^2}{2}$, la forza risultante ha solo componente x e vale $F_x = 2 < u_{em} > A \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{A\varepsilon_o E_o^2}{\sqrt{2}} = 5.6 pN$.