FISICA 1 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2014-15
PROVA SCRITTA del 2 febbraio 2016

COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte. Sono importanti le risposte numeriche.

Esercizio 1 Una porta è schematizzabile con un rettangolo omogeneo di larghezza L e massa M, incernierato su un bordo verticale. Non vi sono attriti e, oltre alla forza di gravita' ed alla forza vincolare sui cardini, una forza $\vec{F}$ perpendicolare alla porta e' applicata da un operatore su una maniglia posta sul bordo esterno. Per $t > 0$ si osserva che la velocita' angolare della porta varia con la legge $\omega = \omega_0 + \alpha t$, con ω_o ed α costanti note e positive. Si calcoli al tempo t:
1.1 il modulo della quantità di moto della porta;
1.2 la potenza sviluppata dalla forza $\vec{F}$;
1.3 il modulo della forza $\vec{F}$;
1.4 le componenti (radiale, tangenziale e assiale) della forza vincolare esercitata dai cardini.

Esercizio 2 Un cilindro conduttore, di altezza $h = 1m$ e raggio $a = 1cm$, contiene una carica elettrica totale $Q_o = 1nC$. La regione $a < r < 3a$ e' vuota, mentre in $r = 3a$ si trova una superficie metallica, sempre di altezza h, perfettamente conduttrice. Si nota che il campo elettrico per $r > 3a$ e' nullo.
2.1 Calcolare la densita' superficiale di carica elettrica sulla superficie $r = 3a$.
2.2 Calcolare il campo elettrico (E_z, E_r, E_ϕ) in ogni punto dello spazio e se ne costruisca il grafico in funzione di r.
2.3 L'integrale di linea del campo elettrico fra il punto $r = 0$ ed un punto in $r = 3a$ dipende dal percorso? In caso negativo se ne calcoli il valore, mentre in caso positivo si indichino due percorsi su cui l'integrale assume valori diversi.
2.4 Calcolare la velocita' (modulo, direzione e verso) che dovrebbe avere un elettrone posto in $r = 2a$ per effettuare un moto su una traiettoria ellittica posta fra $r=2a$ ed $r=3a$.
.

FISICA 1 per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2014-15
PROVA SCRITTA del 2 febbraio 2016
RISPOSTE

Esercizio 1

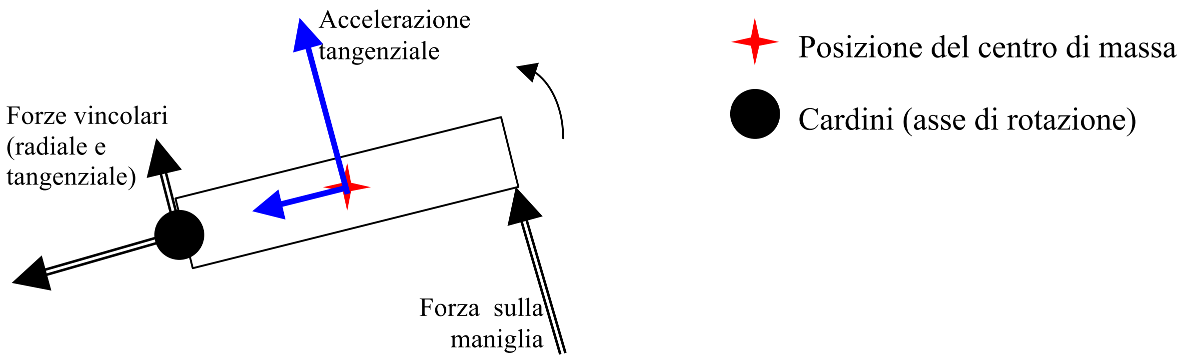
1.1 $\left|\vec{p}_{cm}\right| = M\left|\vec{V}_{cm}\right| = MR_{cm}\omega = M\frac{L}{2}\left(\omega_o + \alpha t\right)$

1.2 L'unica forza che compie lavoro e' la forza dell'operatore, quindi la potenza richiesta vale

$$P = \frac{dE_c}{dt} = \frac{d\left(I\omega^2/2\right)}{dt} = \frac{ML^2}{3}\omega\alpha = \frac{ML^2}{3}\left(\omega_o + \alpha t\right)\alpha$$

1.3 Poiche' la potenza e' pari al prodtto scalare della forza per la velocita' del punto di appliczione, si ha $\vec{F}\cdot\vec{V} = \left|\vec{F}\right|\left(\omega_o + \alpha t\right)L = P = \frac{ML^2}{3}\left(\omega_o + \alpha t\right)\alpha$ e $\left|\vec{F}\right| = \frac{ML}{3}\alpha$.

1.4 Scriviamo la I equazione cardinale $M\vec{a}_{cm} = \vec{F} + \vec{F}_{cardini} + M\vec{g}$, vedi figura. L'accelerazione del centro di massa ha componenti tangenziale e radiale: $a_{cm}^{radiale} = -\omega^2\frac{L}{2}$ e $a_{cm}^{\text{tangenziale}} = \alpha\frac{L}{2}$. La forza $\vec{F}$ e' solo tangenziale: $F^{\text{tangenziale}} = \frac{ML}{3}\alpha$.



Per differenza si ottengono le tre componenti della forza vincolare dei cardini:

$$F_{cardini}^{radiale} = Ma_{cm}^{radiale} = -M\left(\omega_o + \alpha t\right)^2\frac{L}{2}\ ;\quad F_{cardini}^{\text{tangenziale}} = Ma_{cm}^{\text{tangenziale}} - F^{\text{tangenziale}} = \frac{ML\alpha}{6}\ ;\quad F_{cardini}^{\text{assiale}} = Mg\ .$$

Esercizio 2

2.1 La carica totale e' nulla, quindi : $\sigma_{2a} = -\frac{Q_o}{6\pi ah} = 0.53\frac{pC}{cm^2}$

2.2 Applicando la legge di Gauss ad un cilindro di raggio $a < r < 3a$: $E_R = \frac{Q_o}{2\pi\varepsilon_o hr}$. Il campo e' nullo altrove.

2.3 L'integrale di linea del campo elettrico non dipende dal percorso. Poiche' il campo e' nullo per $r < a$, si ha: $\int_0^{3a} E_r\,dR = \int_a^{3a} E_r\,dR = \int_a^{3a}\frac{Q_o}{2\pi\varepsilon_o hr}dr = \frac{Q_o}{2\pi\varepsilon_o h}\ln 3 \approx 19.8V$

2.4 Poiche' la distanza minima e' *2a*, la velocita' iniziale deve essere tangenziale. Scriviamo la conservazione dell'energia meccanica e del momento angolare fra *r=2a* ed *r=3a*:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m_e V_i^2 + q_e V(2a) = \frac{1}{2}m_e V_f^2 + q_e V(3a) \\ 2am_e V_i = 3am_e V_f \end{cases}$$, dove $V = -\frac{Q_o}{2\pi\varepsilon_o h}\ln r + \text{cost}$ e' il potenziale elettrico e $q_e = -e$ la carica dell'elettrone. Da questo $V_i = \sqrt{\frac{9}{5}\frac{eQ_o}{\pi\varepsilon_o h m_e}\ln\frac{3}{2}} \approx 2.2x10^6 \, m/s$.