INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 28 luglio 2015

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una sbarra omogenea, di massa M e lunghezza L è vincolata a ruotare attorno ad una sua estremità. La sbarra è inizialmente ferma nella posizione (verticale) di equilibrio stabile; sull'altra sua estremità si trova un insetto di massa m, anch'esso fermo. Al tempo $t=0$ istantaneamente l'insetto si stacca dalla sbarra volando orizzontalmente con velocità di modulo V_o rispetto a terra. Si consideri come sistema quello composto dalla sbarra e dall'insetto: per rappresentare i vettori si utilizzi un sistema di coordinate Oxyz in cui l'asse x è orizzontale nel verso della velocità dell'insetto e l'asse y verticale verso l'alto.

1.1 Si mostri che solo una fra le tre quantità del sistema:
  i) energia meccanica,
  ii) quantità di moto,
  iii) momento angolare rispetto all'asse di rotazione della sbarra,

si conserva fra $t=0^-$ e $t=0^+$, e si calcoli la velocità angolare della sbarra subito dopo il volo dell'insetto.

1.2 Si calcoli, fra l'istante immediatamente precedente e quello immediatamente successivo al distacco dell'insetto, la variazione delle grandezze fisiche (fra le tre indicate nella domanda precedente) che non si sono conservate, indicando anche quali siano le forze responsabili della loro variazione..

1.3 Si osserva che per $t>0$ la sbarra raggiunge un angolo massimo $\vartheta_{\max} << 1\ rad$ rispetto alla verticale: si calcoli V_o in funzione di $M, m, g, \vartheta_{\max}$.

1.4 Si calcoli la legge oraria con cui varia l'angolo ϑ della sbarra rispetto alla verticale per $t > 0$.

Esercizio 2 Nello spazio in cui è definito un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$ è stata posta una densità di carica uniforme $\rho = 1pC/cm^3$ nella regione $-2a < x < -a$, una densità di carica uniforme $-\rho$ nella regione $a < x < 2a$, mentre la restante parte dello spazio è vuota. Si utilizzi il valore $a=1cm$.

2.1 Calcolare E_x e riportarlo in un grafico in funzione di x.

2.2 Calcolare la differenza di potenziale elettrico fra i punti $x=3a$ ed $x=-3a$.

2.3 Calcolare la forza totale sulla carica contenuta nel cubo $-2a<x<-a$, $0<y<a$, $0<z<a$.

2.4 Se tutte le cariche si muovono lungo z con velocità $V_z=1km/s$, si calcolino le tre componenti del campo di induzione magnetica nel punto O.

INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 28 luglio 2015
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Durante il processo si conserva solo il momento angolare rispetto all'asse di rotazione della sbarra, perchè le forze esterne (la forza vincolare sul perno, la gravità) hanno un momento nullo. Per questa legge di conservazione, indicando con ω_o la velocità angolare della sbarra e con V_0 la velocità dell'insetto subito dopo il distacco:

$$0 = \frac{ML^2}{3}\omega_0 + mV_0L \quad => \quad \omega_0 = -3\frac{m}{M}\frac{V_0}{L}.$$

1.2

$\Delta P_x = mV_0 + MV_{sbarra}^{CM} = mV_0 + M\omega_0\frac{L_o}{2} = -m\frac{V_0}{2}$: la variazione di quantità di moto è solo lungo l'asse x ed è dovuta alla forza impulsiva vincolare sull'asse di rotazione.

$\Delta E = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}\frac{ML^2}{3}\omega_0^2 = \frac{1}{2}mV_0^2\left(1+3\frac{m}{M}\right)$: la variazione di energia meccanica, è dovuta alla forza esercitata dall'insetto.

1.3 Per $t>0$ l'unica quantità che si conserva è l'energia meccanica, che valutiamo fra $t=0$ e l'istante in cui la sbarra si ferma: $\frac{1}{2}\frac{ML^2}{3}\omega_0^2 = \frac{3}{2}\frac{m^2}{M}V_0^2 = Mg\frac{L}{2}\left(1-\cos\vartheta_{\max}\right)$, da cui $V_0 = \frac{M}{m}\sqrt{g\frac{L}{3}\left(1-\cos\vartheta_{\max}\right)} \approx \frac{M}{m}\left|\vartheta_{\max}\right|\sqrt{\frac{gL}{6}}$.

1.4

$$\begin{cases} -Mg\frac{L}{2}\sin\vartheta = M\frac{L^2}{3}\ddot{\vartheta} \\ \vartheta(0) = 0 \\ \dot{\vartheta}(0) = \omega_0 = -3\frac{M}{m}\frac{V_0}{L} \approx -\left|\vartheta_{\max}\right|\sqrt{\frac{3g}{2L}} \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} \ddot{\vartheta} + \frac{3g}{2L}\vartheta \approx 0 \\ \vartheta(0) = 0 \\ \dot{\vartheta}(0) \approx -\left|\vartheta_{\max}\right|\sqrt{\frac{3g}{2L}} \end{cases}$$

che ha come soluzione $\vartheta = -\left|\vartheta_{\max}\right|\sin\left(t\sqrt{\frac{3g}{2L}}\right)$.

Esercizio 2

2.1 E_x è l'unica componente non nulla per motivi di simmetria e applicando la legge di Gauss si ha:

$$E_x = \begin{cases} 0 & & x < -2a \\ \rho(x+2a)/\varepsilon_0 & & -2a < x < -a \\ \rho a/\varepsilon_0 & per & -a < x < a \\ \rho(-x+2a)/\varepsilon_0 & & a < x < 2a \\ 0 & & 2a < x \end{cases}$$

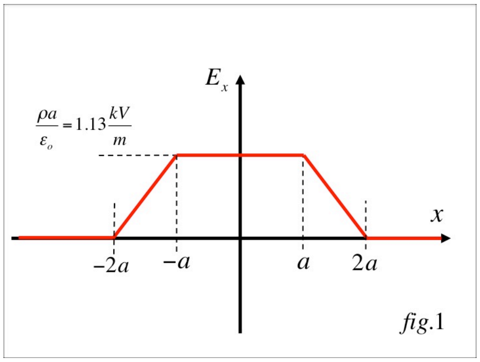

fig.1

2.2

$$V(3a) - V(-3a) \equiv -\int_{-3a}^{3a} E_x\, dx = -3\rho a^2 / \varepsilon_0 = -34V$$

2.3 Il cubo in questione può essere diviso in piccole "fette", poste fra x e $x+dx$, ognuna di area a^2 e quindi di volume $dV = a^2 dx$; tale volume contiene una carica $dq=\rho dV$. La forza richiesta ha solo componente x e vale

$$F_x = \int_{cubo} E_x\, dq = \int_{-2a}^{-a} E_x \rho a^2\, dx = \int_{-2a}^{-a} (x+2a)\frac{\rho^2 a^2}{\varepsilon_0} dx = \frac{\rho^2 a^4}{2\varepsilon_0} = 5.6x10^{-10} N \quad .$$

2.4 La densità di corrente vale

$$J_z = \begin{cases} 0 & & x < -2a \\ \rho V_z & & -2a < x < -a \\ 0 & per & -a < x < a \\ -\rho V_z & & a < x < 2a \\ 0 & & 2a < x \end{cases}$$

Il campo magnetico può avere B_y come unica componente non nulla. Con questa distribuzione delle correnti, esso è nullo per $|x|>2a$.

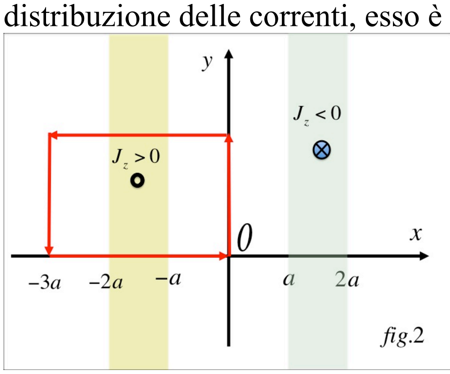

fig.2

Utilizzando la legge di Ampère al rettangolo in *figura 2* (altezza h) si ottiene:

$$B_y h = \mu_0 \rho V_z h a \Rightarrow B_y = \mu_0 \rho V_z a = 1.256x10^{-11} T$$