INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del **7 luglio 2015**

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte; sono importanti le risposte numeriche nel secondo esercizio.

Esercizio 1 Un parallelepipedo di massa molto grande (si consideri praticamente infinita) si sta muovendo in orizzontale con velocità costante di modulo V diretta perpendicolarmente ad una faccia di area A. Il parallelepipedo non si muove nel vuoto, ma in una regione in cui si trovano piccole palline, ognuna di massa m, ferme e con una concentrazione n. Nel suo moto il parallepipedo urta elasticamente le palline che incontra sul percorso.

1.1 Si calcoli la velocità di una pallina dopo l'urto con il parallelepipedo.

1.2 Si calcoli la variazione di quantità di moto e di energia cinetica di una pallina che viene urtata.

1.3 Si calcoli la forza che le palline esercitano sul parallelepipedo e la potenza necessaria a mantenerlo in moto rettilineo uniforme.

1.4 Si risponda nuovamente alla domanda 1.3 se sulla faccia che urta le palline si applica una prua inclinata di un angolo ϑ rispetto alla velocità del parallelepipedo. [Nota: $\vartheta = \pi/2$ è il caso particolare della domanda precedente]

Esercizio 2 Sul piano xy di un sistema di coordinate $Oxyz$ si trova un anello circolare di centro O e raggio $a = 1cm$; sull'anello è uniformemente depositata una carica $Q=1nC$. L'anello ruota in modo uniforme con frequenza $f=1000Hz$ attorno all'asse z.

2.1 Calcolare il campo elettrico $\vec{E} = \left(E_x, \quad E_y, \quad E_z\right)$ in un punto generico

$P = \left(0, \quad 0, \quad z \right)$ sull'asse z ed il suo valore numerico nel punto

$H = \left(0, \quad 0, \quad h = 100\mu m \right)$.

2.2 Calcolare il valore numerico del campo magnetico $\vec{B} = \left(B_x, \quad B_y, \quad B_z\right)$ nel punto H.

2.3 Calcolare $\int_{-\infty}^{+\infty} B_z dz$ sull'asse z.

2.4 Un elettrone si trova fermo nel punto H al tempo $t = 0$: dimostrare che il suo moto per $t > 0$ è approssimabile ad un moto armonico e calcolare la pulsazione delle oscillazioni. Trovare i rapporto fra la velocità massima che l'elettrone raggiunge e la velocità della luce nel vuoto.

INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 7 luglio 2015

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Nel sistema di riferimento solidale al parallelepipedo, la velocità di una pallina prima dell'urto è $-\vec{V}$. Dopo l'urto è $+\vec{V}$, quindi nel sistema a terra vale $2\vec{V}$.

1.2 La variazione della quantità di moto di una pallina è $\Delta\vec{p} = 2m\vec{V}$, dell'energia è

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(2V)^2 = 2mV^2 .$$

1.3 Il numero dN di palline che in un tempo dt sono colpite dal parallelepipedo è $dN = nAVdt$. La variazione della quantità di moto delle palline colpite è $d\bar{P} = \Delta\vec{p}dN = 2mnAV^2\hat{V}dt$ e la forza sul parallelepipedo vale

$\vec{F} = -\frac{d\bar{P}}{dt} = -2mnAV^2\hat{V}$. la potenza necessaria a mantenerlo in moto vale

$$-\vec{F}\bullet\vec{V} = 2mnAV^3 .$$

1.4 Inserendo un asse x diretto come la velocità del parallelepipedo ed un asse y ad esso perpendicolare. Nel sistema di riferimento del parallelepipedo, la velocità di una pallina è $-\vec{V} = \begin{pmatrix} -V, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ prima dell'urto, $\begin{pmatrix} -V\cos 2\vartheta, & V\sin 2\vartheta, & 0 \end{pmatrix}$ subito dopo: queste velocità sono disegnate in blu in figura1.

Nel sistema a terra vale $\vec{V}' = \begin{pmatrix} V(1-\cos 2\vartheta), & V\sin 2\vartheta, & 0 \end{pmatrix}$, da cui

$\vec{F} = -m\vec{V}'\frac{dN}{dt} = -mnAV^2\begin{pmatrix} (1-\cos 2\vartheta), & \sin 2\vartheta, & 0 \end{pmatrix}$. La potenza necessaria vale $-\vec{F}\bullet\vec{V} = mnAV^3(1-\cos 2\vartheta)$. Notate come in assenza di prua ($\theta=\pi/2$) si ritrovano i valori di 1.3, mentre per una prua molto affilata ($\theta=0$) i valori vadano a zero

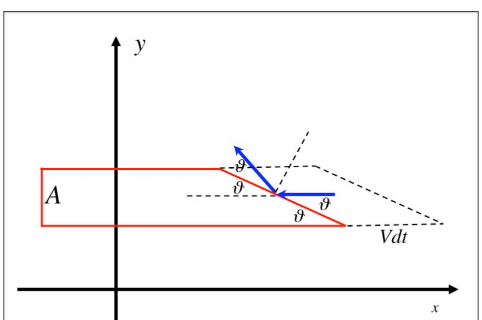

*Fig.*1

Esercizio 2

2.1 Sull'asse z il campo elettrico ha solo componente z, che si può ottenere integrando i contributi di ogni elemento dell'anello. Tutti i punti dell'anello sono a distanza $\sqrt{a^2+z^2}$ da P, per cui $E_z = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o\left(a^2+z^2\right)}\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} = \frac{Qz}{4\pi\varepsilon_o\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}$. Nel punto H si ha $E_z(h) = \frac{Qh}{4\pi\varepsilon_o\left(a^2+h^2\right)^{3/2}} \approx \frac{Qh}{4\pi\varepsilon_o a^3} = 900V/m$.

2.2 L'anello ruotante genera un campo magnetico uguale a quello di una spira circolare percorsa da una corrente $I_S = Qf$. L'unica componente non nulla del campo di induzione magnetica nel punto P è quella assiale: $B_z = \frac{\mu_o a^2 I_S}{2\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}$ da cui

$$B_z(z=h) = \frac{\mu_o a^2 Qf}{2\left(a^2+z^2\right)^{3/2}} \approx \frac{\mu_o Qf}{2a} = 6.28x10^{-11}T.$$

2.3 Si puo' effettuare l'integrale $B_z = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mu_o a^2 Qf}{2\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}dz = \mu_o Qf = 1.2x10^{-12}T.m$, oppure utilizzare la legge di Ampere.

2.4 Quando il protone si trova in un punto generico P l'equazione del moto è $m_e\ddot{z} = -eE_z \approx \frac{-eQ}{4\pi\varepsilon_o a^3}z$ in quanto $z << a$. Con le condizioni al contorno si ha

$$\begin{cases} \ddot{z} + \frac{eQz}{4\pi\varepsilon_o a^3 m_e}z = 0 \\ z(0) = h \\ \dot{z}(0) = 0 \end{cases}$$

, che è un moto armonico $z = h\cos\omega t$ con

$$\omega = \sqrt{\frac{eQ}{4\pi\varepsilon_o m_e a^3}} = 1.26x10^9 rad/s$$ da cui $$\frac{V_{\max}}{c} = \frac{h\omega}{c} = 4.2x10^{-4} << 1.$$