FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 23 febbraio 2015

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1

Una bilancia a molla, di costante elastica k e lunghezza a riposo ℓ_0 , ha l'estremità superiore fissata ad un piatto di massa M. Al tempo $t = 0$ sul piatto è appoggiata una massa m, la molla è completamente compressa ed il sistema è lasciato libero. Per le soluzioni si introduca un asse z con origine sull'estremità inferiore della molla e diretto verticalmente verso l'alto.

1.1 Calcolare il valore minimo della costante k in funzione degli altri parametri (ℓ_0 , m, M, g) in modo che il sistema per $t = 0$ possa iniziare a sollevarsi.

1.2 Calcolare in funzione della quota z del piatto l'energia potenziale $U(z)$ del sistema ed il suo valore minimo. Si ipotizzi che la massa m sia sempre a contatto col piatto.

1.3 Calcolare la velocità massima raggiunta dal piatto, sempre ipotizzando che la massa m resti a contatto col piatto.

1.4 Calcolare il punto in cui la massa m si stacca dal piatto.

Esercizio 2

Dato un sistema di assi cartesiani $Oxyz$, nel piano $x = 0$ c'è un piano di fili paralleli all'asse z e posti ad una distanza $d = 2\ mm$ fra di loro. I fili sono percorsi da una corrente I_1=5A di verso concorde con z. Inoltre in $x = a = 2cm$, $y = 0$ si trova un ulteriore filo in cui scorre una corrente I_2=100A anch'essa concorde con z.

2.1 Calcolare il campo magnetico nel punto $P=(2a,a,0)$.

2.2 Calcolare la circuitazione ed il flusso del campo magnetico attraverso la circonferenza γ_1 disposta nel piano $z=0$ con centro in O e raggio $2a$. Scegliete voi il verso di percorrenza del bordo della circonferenza.

2.3 Calcolare la circuitazione ed il flusso del campo magnetico attraverso la circonferenza γ_2 disposta nel piano $y=a$ con centro in $(a,a,0)$ e raggio a. Scegliete voi il verso di percorrenza del bordo della circonferenza.

2.4 Calcolare la forza (le sue tre componenti nel sistema di coordinate dato) su un tratto di lunghezza a del filo isolato.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 23 febbraio 2015
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 A $t = 0$ si ha $z = 0$ e la somma delle forze lungo z è $-k\left(0-\ell_0\right)-(m+M)g=0$

da cui si ricava che il sistema si mette in moto se $k > \dfrac{(m+M)g}{\ell_0}$.

1.2 L'energia potenziale è $U(z)=\dfrac{1}{2}k\left(z-\ell_o\right)^2+\left(m+M\right)gz+\mathrm{c}$.

Il minimo si raggiunge quando $\left.\dfrac{\partial U}{\partial z}\right|_{z_m}=0$ => $z_m=\ell_o-\dfrac{\left(m+M\right)g}{k}$ =>

$U(z_m)=+\left(m+M\right)g\ell_o-\dfrac{\left(m+M\right)^2g^2}{2k}+c$.

1.3 Si puo' risolvere l'equazione del moto oppure utilizzare la legge di conservazione dell'energia meccanica fra la posizione iniziale (*z=0*) e quella in cui è massima l'energia cinetica e quindi minima l'energia meccanica. Con questo secondo metodo scriviamo

$0+U(0)=\dfrac{\left(m+M\right)V_{\max}^2}{2}+U(z_m)$ da cui ricaviamo $V_{\max}=\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}\left(\ell_o-\dfrac{(m+M)g}{k}\right)$.

1.4 Sul blocco agisce la forza di gravità e la tensione applicata dal piatto $m\ddot{z}=T_z-mg$, mentre sul sistema composto da blocco + piatto si ha

$\left(m+M\right)\ddot{z}=-k\left(z-\ell_0\right)-\left(m+M\right)g$. Quindi $T_z=mg+m\ddot{z}=-k\dfrac{m}{m+M}\left(z-\ell_o\right)$ ed il blocco starà a contatto col piatto solo se $T_z > 0$, quindi fino ad una altezza $z<\ell_o$, poi si staccherà. Nota importante: il blocco potrà raggiungere $z=\ell_o$ con velocità V_o tale che $U(0)=U(\ell_o)+\dfrac{1}{2}\left(m+M\right)V_o^2$ => $\dfrac{1}{2}k\ell_o^2+c=\left(m+M\right)g\ell_o+c+\dfrac{1}{2}\left(m+M\right)V_o^2$, da cui $V_o^2=\dfrac{k\ell_o^2}{m+M}-2g\ell_o$ che è positivo se $k>2\dfrac{(m+M)g}{\ell_0}$. Riassumendo:

i) per $k<\dfrac{(m+M)g}{\ell_0}$ il blocco non si solleva;

ii) per $\dfrac{(m+M)g}{\ell_0}<k<2\dfrac{(m+M)g}{\ell_0}$ il blocco si solleva, ma non raggiunge la quota ℓ_0 ed il blocco non si stacca;

iii) per $k>2\dfrac{(m+M)g}{\ell_0}$ il blocco si solleva, raggiunge la quota ℓ_0 e si stacca dal piatto in $z=\ell_o$.

Esercizio 2

2.1 Il campo magnetico in P è la somma del campo $\vec{B}_1$ generato dal piano, calcolabile con la legge di Ampère, e del campo $\vec{B}_2$ generato dal filo isolato, calcolabile con la legge di Biot-Savart. : $\vec{B}_1 = \left(0, \quad \frac{\mu_o I_1}{2d}, \quad 0 \right) = \left(0, \quad 15.7G, \quad 0 \right)$, $\left|\vec{B}_2\right| = \frac{\mu_o I_2}{2\pi a\sqrt{2}}$ e

$\vec{B}_2 = \left(-\frac{\mu_o I_2}{4\pi a}, \quad \frac{\mu_o I_2}{4\pi a}, \quad 0 \right) = \left(-5G, \quad 5G, \quad 0 \right)$, quindi $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \left(-5G, \quad 20.7G, \quad 0 \right)$.

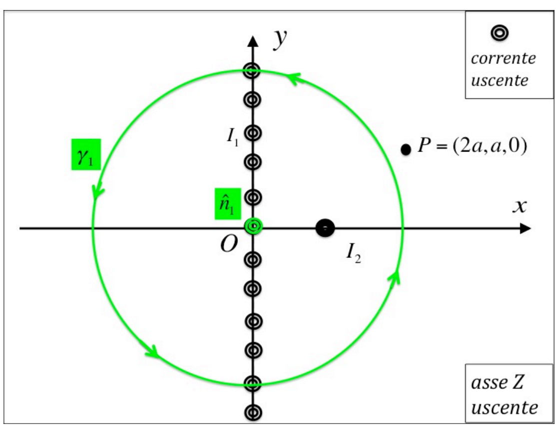
2.2 Orientiamo γ_1 (in verde in figura) con la normale diretta come z. Per la circuitazione è sufficiente applicare la legge di Ampère e calcolare le correnti concatenate

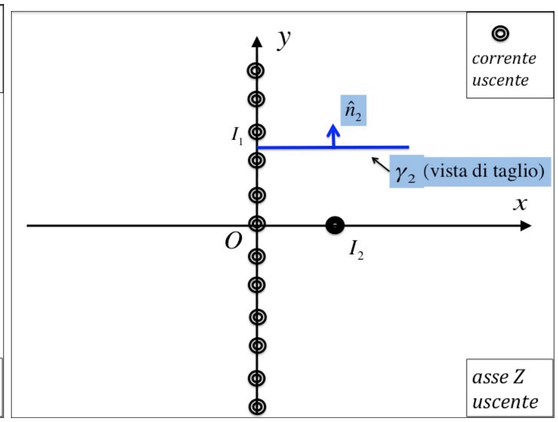
$$\oint_{\gamma_1} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \oint_{\gamma_1} \vec{B}_1\cdot d\vec{\ell} + \oint_{\gamma_1} \vec{B}_2\cdot d\vec{\ell} = \mu_o\left(I_1\frac{4a}{d} + I_2\right) = 3.8x10^{-4}\frac{N}{A}$$

, mentre il flusso è nullo

$$\int_{\gamma_1} \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$

.





2.3 Orientiamo γ_2 (in blu in figura) con la normale diretta come y. La circuitazione è nulla, perchè non vi sono correnti concatenate: $\oint_{\gamma_2} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$. Il flusso del campo generato dal filo isolato è nullo perché ogni linea di forza che attraversi la superficie in un verso, la riattraversa poi in verso opposto. Il flusso del campo generato dal piano di fili è costante e quindi facilmente calcolabile, per cui:

$$\int_{\gamma_2} \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int_{\gamma_2} \vec{B}_1\cdot d\vec{A} + \int_{\gamma_2} \vec{B}_2\cdot d\vec{A} = \frac{\mu_o I_1}{2d}\pi a^2 + 0 = 2.0x10^{-6}\,Wb$$

2.4 La I legge di Laplace per mette di calcolare la forza sul tratto di filo di lunghezza *a*, utilizzando il campo generato dal piano di fili:

$$\vec{F} = \left(-\frac{\mu_o I_1}{2d} I_2 a, \quad 0, \quad 0 \right) = \left(-0.0031N, \quad 0, \quad 0 \right)$$