FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 16 gennaio 2015

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1

Una bilancia a molla, di costante elastica k e lunghezza a riposo ℓ_0, ha l'estremità superiore fissata ad un piatto di massa m. Per $t < 0$ sul piatto è appoggiata una massa M ed il sistema è fermo in equilibrio. Al tempo $t=0$ si rimuove di colpo la massa M ed il piatto della bilancia comincia ad oscillare; si trascuri l'effetto dell'attrito dell'aria. Per le soluzioni si introduca un asse z con origine sull'estremità inferiore della molla e diretto verticalmente verso l'alto.

1.1 Calcolare l'altezza del piatto per $t < 0$ ed il valore di k per cui la molla non sia completamente compressa.

1.2 Utilizzare la legge di conservazione appropriata per calcolare l'altezza massima raggiunta dal piatto per $t > 0$.

1.3 Calcolare il punto in cui, per $t > 0$, la forza totale sul piatto è nulla.

1.4 Trovare la legge oraria del piatto per $t > 0$.

Esercizio 2

In un sistema di assi cartesiani $Oxyz$ sono disposti due piani di fili: il primo piano si trova in $y=a$ con $a=10cm$, il secondo piano si trova in $y=-3a$. I fili di ogni piano sono diretti lungo l'asse z ed hanno un passo $d = 1mm$. Ogni filo è percorso da una corrente $I=5a$ sempre concorde con z.

2.1 Trovare il campo magnetico in tutto lo spazio e riportare in un grafico l'andamento della sua unica componente non nulla in funzione di y.

2.2 Calcolare la circuitazione del campo magnetico sul perimetro di due quadrati, entrambi di lato $4a$ e centrati in O; il primo quadrato giace nel piano yz ed il secondo nel piano xy. I lati dei quadrati sono paralleli agli assi. Scegliete voi il verso convenzionalmente positivo sul bordo di ognuno dei due quadrati ed indicatelo chiaramente con un disegno.

2.3 Calcolare il flusso del campo magnetico attraverso i due quadrati (attenzione: sono superfici aperte) descritti nella domanda precedente.

2.4 Si osserva che un protone (massa $1.67x10^{-27}kg$) nella regione $y > a$ percorre circonferenze di raggio $r = 3.0cm$. Determinare il modulo della quantità di moto (in unita' MKS) e l'energia cinetica (in eV) del protone.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 16 gennaio 2015
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 La quota di equilibrio per $t < 0$ si trova imponendo che la somma delle forze lungo z sia nulla: $-k\left(z_{eq}-\ell_0\right)-(m+M)g=0$ da cui $z_{eq}=\ell_0-\frac{(m+M)g}{k}$. La molla non è completamente compressa se $k>\frac{(m+M)g}{\ell_0}$.

1.2 Applichiamo la legge di conservazione dell'energia meccanica fra l'istante iniziale $(t=0)$ e quello finale: in entrambi gli stati l'energia cinetica è nulla:

$$0+\frac{1}{2}k\left(z_{eq}-\ell_o\right)^2+mgz_{eq}=0+\frac{1}{2}k\left(z_{\max}-\ell_o\right)^2+mgz_{\max} \quad \text{da cui} \quad z_{\max}=\ell_o+\frac{\left(M-m\right)g}{k}.$$

Nota: l'equazione ha due soluzioni, la seconda è proprio la posizione di partenza z_{eq}.

1.3 Per $t > 0$ la forza totale si annulla per $z=\ell_0-\frac{mg}{k}$.

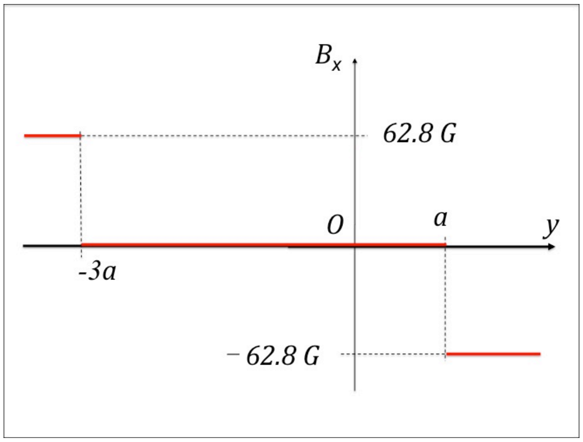
1.4 L'equazione del moto è $\begin{cases} -k\left(z-\ell_0\right)-mg=m\ddot{z} \\ z(0)=\ell_0-\left(m+M\right)g/k \\ \dot{z}(0)=0 \end{cases}$ che risolta fornisce

$z(t)=\ell_0-\frac{mg}{k}-\frac{Mg}{k}\cos\omega t$ con $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$. Notare come i valori massimi e minimi di z siano proprio le soluzioni trovate in 1.2 .

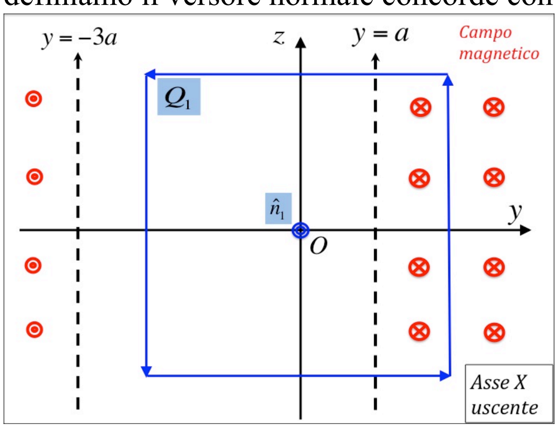
Esercizio 2

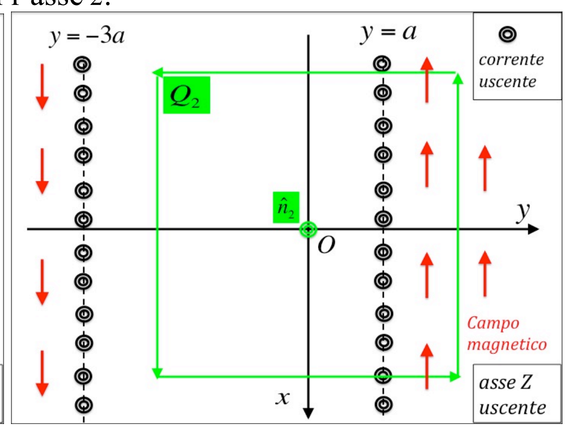
2.1 B_x è l'unica componente non nulla del campo magnetico. Applicando la legge di Ampère:

$$B_x=\begin{cases} \mu_o I/d & y<-3a \\ 0 \quad per & -3a<y<a \\ -\mu_o I/d & y>a \end{cases} \quad \text{con} \quad \mu_o I/d=62.8G=6.28x10^{-3}T.$$



2.2 Chiamiamo Q_1 il primo quadrato e definiamo il versore normale concorde con l'asse x : Q_1 con il verso di percorrenza del suo bordo è in blu nella figura di sinistra. Analogamente chiamiamo Q_2 il secondo quadrato, in verde nella figura di destra, in cui definiamo il versore normale concorde con l'asse z.





Applicando la definizione di circuitazione si ricava $\oint_{Q_1} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$ e

$$\oint_{Q_2} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = -4aB_x(y=2a) = 4\mu_o a\, I/d = 2.51x10^{-3}\, N/A \,.$$

2.3 Applicando la definizione di flusso $\int_{Q_1} \vec{B}\cdot d\vec{A} = -4\mu_o a^2\, I/d = -2.51x10^{-4}\, Wb$ e

$\int_{Q_2} \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$. Note: il flusso magnetico attraverso una superficie aperta puo' essere diverso da zero; l'unità di misura del flusso magnetico è il Weber: 1 Wb = 1 T·m^2.

2.4 Indicando con m la massa del protone e con V il modulo della sua velocità, si ha

$eVB_x = \dfrac{mV^2}{r}$ da cui $\left|\vec{P}\right| = mV = eB_1 r = 3.0x10^{-23}\, kg\cdot m/s$ e

$$K = \frac{P^2}{2m} = 2.7x10^{-19}\, J = 1.7eV \,.$$