FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
II esercitazione scritta del 3 giugno 2015

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Nella regione $0 < r < a$ $(a=1cm)$ di un sistema di coordinate polari cilindriche $Orz\phi$ è presente una distribuzione di carica elettrica uniforme $\rho = 5\,pC/cm^3$, il resto dello spazio è vuoto.

1.1 Calcolare l'unica componente non nulla del campo elettrico ed il potenziale elettrico (imponendo che esso sia nullo in $r=0$) in funzione di r. Si riportino queste due quantità in grafici in funzione di r, calcolandone anche i valori numerici in $r = a$.

1.2 Nel caso in cui la distribuzione di carica sia in quiete, calcolare in funzione del tempo t il moto che viene effettuato da un elettrone che al tempo $t = 0$ sia fermo in $r = a$. Calcolare la velocità massima che l'elettrone raggiunge nel moto successivo e si confronti tale valore con quello della luce nel vuoto.

1.3 Nel caso in cui la distribuzione di carica sia in moto con velocità uniforme di modulo $V_z = 10^6 m/s$ lungo la direzione $+z$, calcolare e riportare in un grafico in funzione di r l'unica componenente non nulla del campo magnetico, calcolandone anche il valore numerico in $r = a$.

1.4 Si consideri un quadrato che abbia i vertici in O, $A(r=a, z=0, \phi=0)$, $B(r=a, z=a, \phi=0)$, $C(r=0, z=a)$; si definisca il verso positivo di percorrenza del bordo γ del quadrato quello da O verso A, e si orienti la normale al quadrato (superficie aperta!) con la regola della mano destra. Sempre nel caso in cui la distribuzione di carica sia in moto, si calcolino le seguenti quattro quantità:

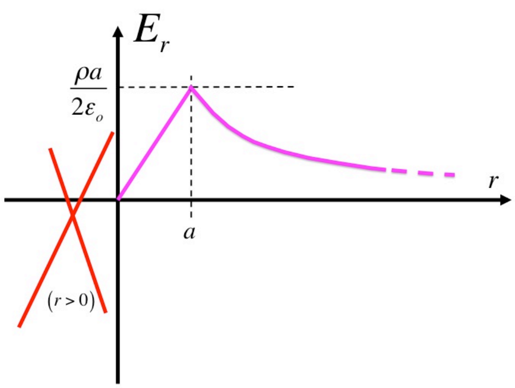
$$\oint_\gamma \vec{E} \bullet d\vec{l}\,, \qquad \Phi_{\text{quadrato}}\left(\vec{E}\right)\,, \qquad \oint_\gamma \vec{B} \bullet d\vec{l}\,, \qquad \Phi_{\text{quadrato}}\left(\vec{B}\right).$$

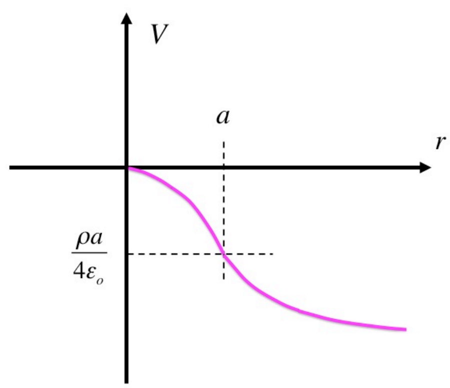
FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
II esercitazione scritta del 3 giugno 2013
RISPOSTE

1.1
L'unica componente non nulla del campo elettrico è quella radiale. Applicando la legge di Gauss si trova:

$$E_r = \begin{cases} \dfrac{\rho}{2\varepsilon_o} r & r < a \\ \dfrac{a^2\rho}{2\varepsilon_o r} & r > a \end{cases} \qquad \text{e} \qquad E_r(a) = \frac{\rho a}{2\varepsilon_o} = 2825V/m$$

$$V(r) - V(0) \equiv V(0) - \int_0^r E_r\,dr = \begin{cases} -\dfrac{\rho}{4\varepsilon_o} r^2 & r < a \\ -\dfrac{\rho a^2}{4\varepsilon_o}\left(1 + 2\ln\dfrac{r}{a}\right) & r > a \end{cases} \qquad \text{e} \quad V(a) = -\frac{\rho a^2}{4\varepsilon_o} = -14.1V$$





1.2 Inseriamo un asse *x* con origine in *O*: l'elettrone si trova fermo in *x=a* al tempo *t=0*. Quindi al tempo *t* : $m\ddot{x} = -eE_r = -\dfrac{e\rho x}{2\varepsilon_o}$. Allora $\begin{cases} \ddot{x} + \dfrac{e\rho x}{2m\varepsilon_o} = 0 \\ x(0) = a \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$ da cui

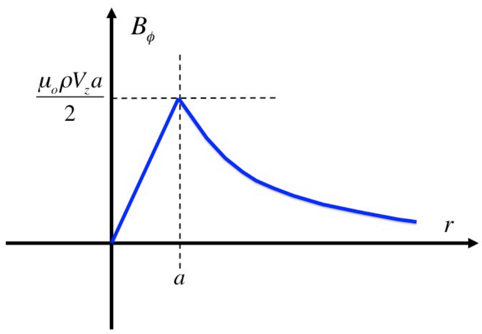
$x = \cos\omega t$ con $\omega = \sqrt{\dfrac{e\rho}{2m\varepsilon_o}} = 2.23x10^8 rad/s$. La velocita' massima vale

$V_{\max} = \omega a = 2.2x10^6 m/s = 7.4x10^{-3}c$

1.3 L'unica componente non nulla del campo magnetico è quella tangenziale.

Applicando la legge di Ampère si trova: $B_\phi = \begin{cases} \dfrac{\mu_o \rho V_z}{2} r & r < a \\ \dfrac{\mu_o \rho V_z}{2} \dfrac{a^2}{r} & r > a \end{cases}$ e

$B_\phi(a) = \dfrac{\mu_o \rho V_z a}{2} = 31.4nT$.



1.4

- $\oint_\gamma \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0$ Il campo elettrico è statico e quindi conservativo. Infatti il suo integrale vale $+\dfrac{\rho a^2}{4\varepsilon_o}$ sul lato *OA*, *0* sui lati *AB* e *CO*, $-\dfrac{\rho a^2}{4\varepsilon_o}$ sul lato *BC*.
- $\Phi_{\text{quadrato}}\left(\vec{E}\right) = 0$ Il campo elettrico è radiale: giace nel piano del quadrato ed è quindi perpendicolare alla normale al quadrato stesso.
- $\oint_\gamma \vec{B} \bullet d\vec{l} = 0$ Il campo magnetico è perpendicolare al piano del quadrato, quindi il suo integrale su ciascun lato è nullo. Sempre per questa osservazione, il campo magnetico è antiparallelo alla normale al piano del quadrato, quindi:
- $\Phi_{\text{quadrato}}\left(\vec{B}\right) = \displaystyle\int_{\text{quadrato}} \vec{B} \bullet \hat{n}\, dA = -\int_0^a B_\phi a\, dr = -\int_0^a \frac{\mu_o \rho V_z r}{2} a\, dr = -\frac{\mu_o \rho V_z}{4} a^3 = -1.57x10^{-12}\, Wb$