INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - prova scritta parziale del **24 aprile 2015**

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: è obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

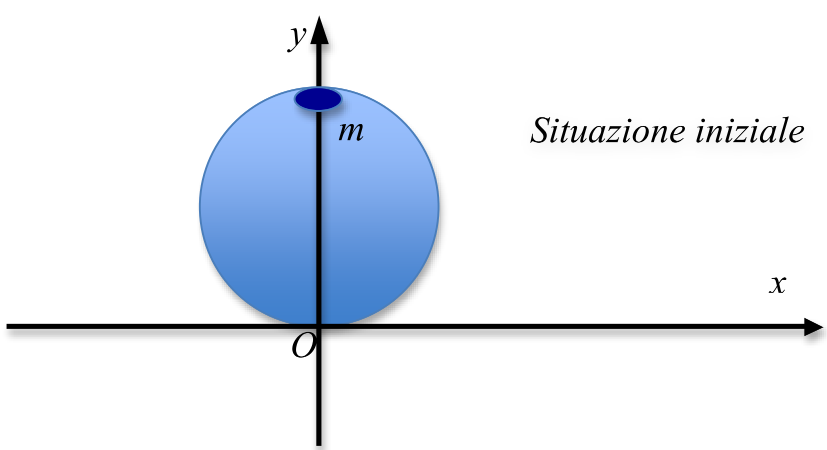
Esercizio 1 Una cilindro omogeneo, di raggio R e massa M, è appoggiato su un piano orizzontale; per la definizione del sistema di coordinate si faccia riferimento alla figura. Una massa puntiforme m è fissata vicino al bordo del cilindro. Inizialmente il cilindro è fermo con la massa posizionata nel punto opposto a quello di contatto. Al tempo $t=0$ il cilindro viene spostato leggermente dalla posizione di equilibrio instabile, e poi è lasciato libero di muoversi. Si osserva che il cilindro con attaccata la massa m rotola senza strisciare sul piano.

1.1 Si indichino in un disegno tutte le forze agenti sul "sistema" = cilindro+massa, e si dica quali fra le tre seguenti grandezze del "sistema" si conservano durante il moto: i) quantità di moto ii) energia meccanica iii) momento angolare rispetto al punto O. Utilizzando la legge (o le leggi) di conservazione appropriata (o appropriate), si calcoli la velocità angolare del cilindro nel momento in cui la massa m si trova a contatto con il suolo.

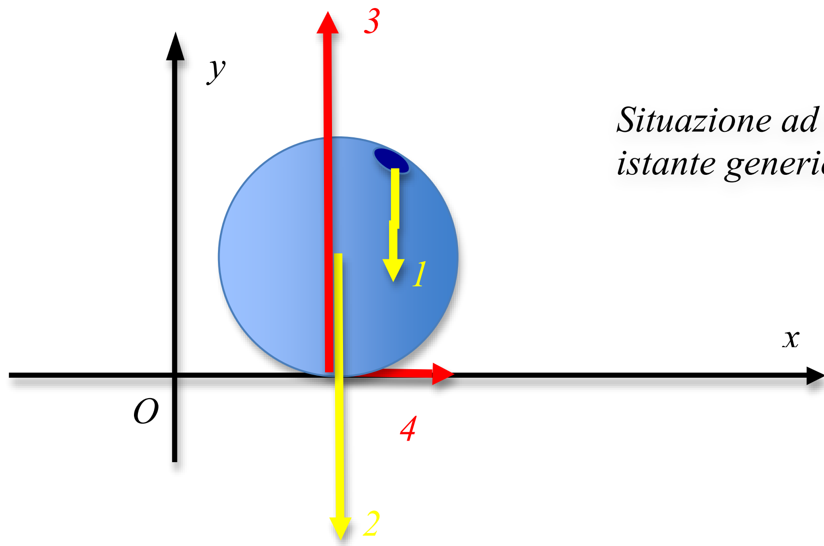
1.2 Si calcoli la posizione e la velocità del centro di massa del "sistema" nel momento in cui la massa m è a contatto col suolo.

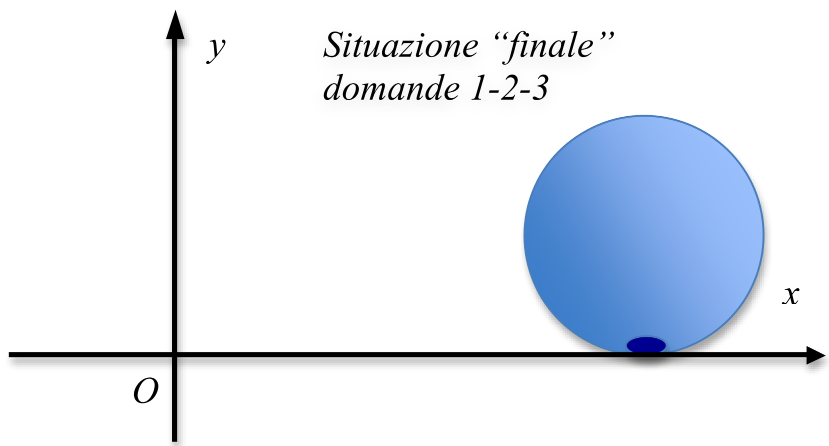
1.3 Si calcoli, fra l'istante iniziale e l'istante in cui a massa m è al suolo, la differenza delle quantità che NON si sono conservate, fra le tre elencate al punto 1.1. Dire quale forza siano responsabili delle loro variazioni.

1.4 Si risponda nuovamente alla domanda 1.1, ma nell'ipotesi in cui NON vi sia nessun attrito nel punto di contatto, per cui il moto non sarà più di puro rotolamento.



INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - prova scritta parziale del 24 aprile 2015
RISPOSTE





1.1 Nel primo disegno sono indicate le forze: (1) e (2) di gravità; (3) vincolare normale; (4) attrito statico; vi sono anche (non indicate in figura) le forze (interne e che compiono lavoro nullo) che vincolano la massa *m* al cilindro. Poichè (1) e (2) sono conservative, mentre (3) e (4) compiono lavoro sempre nullo si conserva (ii) l'energia meccanica. Non si conservano (i) quantità di moto e (iii) momento angolare rispetto al punto O, perchè le risultanti delle forze esterne e dei momenti delle forze esterne non sono nulle.

Utilizzando la legge di conservazione dell'energia meccanica fra lo stato iniziale e finale si ha: $mg2R = \frac{1}{2}\frac{3}{2}MR^2\omega_f^2$ da cui $\omega_f = \sqrt{\frac{8mg}{3MR}}$.

1.2 Nello stato finale $\vec{R}_f = \begin{pmatrix} x_{cm}, & y_{cm}, & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi R, & \frac{M}{M+m}R, & 0 \end{pmatrix}$ e

$\vec{V}_f = \begin{pmatrix} \omega_f y_{cm}, & 0, & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{M}{M+m}R\omega_f, & 0, & 0 \end{pmatrix}$.

1.3 $\vec{P}_f - \vec{P}_i = (M+m)\vec{V}_f - \vec{0} = \begin{pmatrix} MR\omega_f, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ e la sua variazione è dovuta alla forza di attrito, la sola che ha componente orizzontale.

$\vec{L}_f - \vec{L}_i = \begin{pmatrix} 0, & 0, & -\frac{3}{2}MR^2\omega_f \end{pmatrix} - \vec{0} = \begin{pmatrix} 0, & 0, & -R\sqrt{6mMgR} \end{pmatrix}$ e la sua variazione è dovuta alle forze normali e di gravità, che hanno momento non nullo rispetto al polo O.

1.4 In questo caso non c' è più la forza di attrito: tutte le forze sono conservative e dirette verticalmente, per cui si conservano l'energia meccanica e la componente *x* della quantità di moto. Non si conserva il momento angolare rispetto al punto O.
Utilizziamo come incognite V_o, la velocità del centro geometrico del cilindro (nota: non è la velocità del centro di massa del sistema), ed ω_f. La velocità della massa *m* è quindi $V_m = V_o - R\omega_f$.
Scriviamo le due leggi di conservazione:

$$\begin{cases} 2mgR = K_{cil} + K_m = \frac{1}{2}MV_o^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\omega_f^2 + \frac{1}{2}m\left(V_o - R\omega\right)^2 \\ MV_o + m\left(V_o - R\omega\right) = 0 \end{cases}$$

da cui $\omega_f = \sqrt{\frac{8m(M+m)g}{M(M+3m)R}}$.

In alternativa si puo' utilizzare la sola conservazione dell'energia, notando che il centro di massa del sistema ha velocita' nulla nello stato finale. Allora esso e' l'asse istantaneo di rotazione e possiamo scrivere: $mg2R = \frac{1}{2}I_{\text{cm sitsema}}\omega_f^2$, con

$I_{\text{cm sitsema}} = \frac{1}{2}MR^2 + M\left(R - y_{cm}\right)^2 + my_{cm}^2$ q.v.d.