

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e  
TELECOMUNICAZIONI  
II esercitazione scritta del 4 giugno 2014**

**COGNOME** \_\_\_\_\_ **NOME** \_\_\_\_\_

NOTA: questo foglio deve essere restituito   NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Un cilindro, di raggio  $a = 0.5\text{mm}$  ed altezza  $h = 10\text{cm}$  (per cui si puo' considerare praticamente infinita rispetto al raggio), è composto da un ipotetico materiale resistivo in cui i portatori di carica sono sia positivi ( $h = \text{"lacune"}$ ) che negativi ( $e = \text{elettroni}$ ) con uguali concentrazioni ( $n = 10^{18}\text{cm}^{-3}$ ) ed uguale modulo della carica elettrica, pari alla carica elettrica elementare. Tuttavia le loro mobilità sono diverse:  $\mu_h = 500\text{cm}^2/\text{Vs}$  per le lacune e  $\mu_e = 1500\text{cm}^2/\text{Vs}$  per gli elettroni. Nel cilindro scorre una corrente elettrica assiale  $I = 3.14\mu\text{A}$ ; si ipotizzi che i portatori di carica siano uniformemente distribuiti nel volume del cilindro. Si utilizzi un sistema di coordinate cilindriche in cui l'asse  $z$  coincida con l'asse del cilindro e verso concorde al verso della corrente elettrica.

- 1.1 Si calcoli il valore della resistenza elettrica misurata fra le basi del cilindro e si calcolino le tre componenti del campo elettrico ( $E_r, E_\theta, E_z$ ) all'interno del cilindro.
- 1.2 Si calcolino le tre componenti del campo di induzione magnetica ( $B_r, B_\theta, B_z$ ) sia all'interno che all'esterno del cilindro, e si riporti l'unica componente non nulla in un grafico in funzione della distanza  $r$  dall'asse  $z$ .
- 1.3 Si calcolino le tre componenti della sola forza elettromagnetica su un elettrone o su una lacuna che si trovino a distanza  $r = a/2$  dall'asse del cilindro. Nota: evidenziare le differenze per i diversi portatori di carica.
- 1.4 Si inserisca al tempo  $t = 0$  un elettrone fermo al centro del cilindro ( $r = 0$ ). Si calcoli come varia la velocita' dell'elettrone in funzione del tempo  $t$ . Nota: si ricordi che il materiale e' resistivo e quindi esiste anche una forza in piu' rispetto a quanto calcolato nella domanda precedente.

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e  
TELECOMUNICAZIONI**

**II esercitazione scritta del 4 giugno 2014  
RISPOSTE**

**1.1**  $\rho = \frac{1}{ne(\mu_h + \mu_e)} = 31.25 \mu\Omega.m = 3.125 m\Omega.cm$  e quindi  $R = \rho \frac{h}{\pi a^2} = 3.98 \Omega$ .

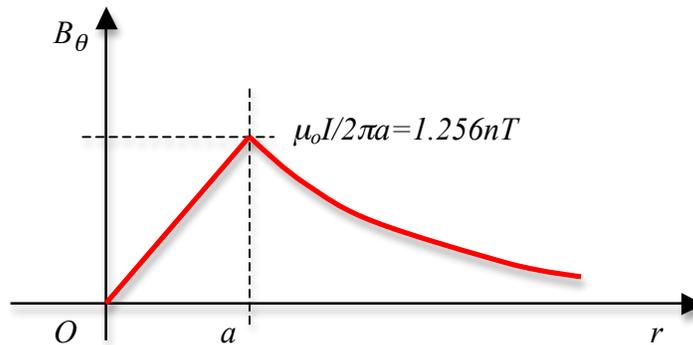
I portatori di carica sono uniformemente distribuiti, per cui il campo elettrico e la densità di corrente sono assiali:  $E_r = 0, E_\theta = 0,$  e  $J_r = 0, J_\theta = 0.$

$J_z = \frac{I}{\pi a^2} = 4 A/m^2$ , quindi  $E_z = \rho J_z = 125 \mu V/m$ .

**1.2** L'unica componente non nulla del campo magnetico e' quella tangenziale.

Applicando la legge di Ampère si trova:

$$B_\theta = \begin{cases} \frac{\mu_0 J_z r}{2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r & r < a \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & a < r < h \end{cases}$$



**1.3**  $\vec{f}_{em} = \pm e(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B})$  dove il segno superiore e' per le lacune e quello inferiore per gli elettroni. La forza elettrica è assiale e dipende dal segno dei portatori di carica:

$f_z^{el} = \pm e E_z = \pm 2 \times 10^{-23} N$ .

La forza magnetica è invece radiale:  $f_r^m = \mp e V_z B_\theta$ .

Il campo magnetico in  $r=a/2$  vale  $B_\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} = 0.628 nT$  e la velocità limite dei portatori

e'  $V_z^{lim} = \pm \mu E_z = \begin{cases} \mu_h E_z = 6.25 \mu m/s & \text{lacune} \\ -\mu_e E_z = 18.75 \mu m/s & \text{elettroni} \end{cases}$ , quindi il verso della forza magnetica

e' sempre diretto verso l'asse e non dipende dal segno dei portatori di carica, mentre il

modulo dipende dalla mobilita':  $f_r^{mag} = \mp e V_z^{lim} B_\theta = \begin{cases} -e\mu_h E_z B_\theta = -6.28 \times 10^{-34} N & \text{lacune} \\ -e\mu_e E_z B_\theta = -18.8 \times 10^{-34} N & \text{elettroni} \end{cases}$

$$\text{Quindi } \vec{f}_{em} = \vec{f}_{el} + \vec{f}_{mag} = \begin{cases} \left( f_r = -6.3 \times 10^{-34} N, f_\theta = 0, f_z = 2 \times 10^{-23} N \right) & \text{lacune} \\ \left( f_r = -18.8 \times 10^{-34} N, f_\theta = 0, f_z = -2 \times 10^{-23} N \right) & \text{elettroni} \end{cases}$$

**1.4** Sull'asse z la forza magnetica e' nulla, quindi l'elettrone e' soggetto alla forza elettrica ed alla forza dovuta al materiale, che si puo' schematizzare come una forza di attrito viscoso  $\vec{f}_v = -\beta \vec{V}$ . Il coefficiente  $\beta$  si trova imponendo che, al raggiungimento della velocita' limite, la forza elettrica sia uguale ed opposta alla forza di attrito viscoso:

$$0 = -e\vec{E} - \beta \vec{V}_z^{lim} = -e\vec{E} + \beta \mu_e \vec{E} \quad \text{da cui } \beta = \frac{e}{\mu_e} = 1.07 \times 10^{-18} \text{ kg/s}$$

Quindi l'equazione del moto dell'elettrone e'  $m\dot{V}_z = -eE_z - \beta V_z$  con la condizione iniziale  $V_z(0) = 0$ . La soluzione e'  $V_z = V_z^{lim} (1 - e^{-t/\tau})$  dove  $V_z^{lim}$  e' proprio la velocita'

limite calcolata in **1.3** e  $\tau = \frac{m}{\beta} = 8.4 \times 10^{-13} \text{ s}$ .