INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - ** Prova scritta del **22 settembre 2014

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte; sono importanti le risposte numeriche nel secondo esercizio.

Esercizio 1 Un cilindro di raggio a ed altezza $3a$, è composto da un materiale omogeneo di densita' ρ. Al tempo $t = 0$ il cilindro è appoggiato con una sua base su un piano orizzontale in modo che il centro della base corrisponda ad un punto O sul piano e lanciato in moto traslatorio con velocita' di modulo V_o. Fra piano e cilindro vi è attrito dinamico con coefficiente μ_D.

1.1 Si indichino tutte le forze che agiscono sul cilindro e si calcoli il tempo t_f in cui il cilindro raggiunge la velocita' $V_o/2$, ipotizzando che il moto sia di pura traslazione.

1.2 Si calcoli il lavoro che ognuna delle forze che agiscono sul cilindro ha compiuto fra il tempo $t = 0$ ed il tempo $t = t_f$.

1.3 Si calcolino il momento angolare ed il momento totale delle forze del cilindro rispetto al punto O in funzione del tempo t, sempre ipotizzando che il moto sia di pura traslazione.

1.4 Si calcoli il limite sul coefficiente μ_D in modo che il cilindro continui il moto di pura traslazione, senza iniziare un moto di ribaltamento. Suggerimento: si consideri il *punto di applicazione* di ognuna delle forze applicate sul cilindro.

Esercizio 2 Sul piano xy di un sistema di coordinate $Oxyz$ si trova un anello circolare di centro O e raggio $r = 100\mu m$; sull'anello sono uniformemente depositati $N=10^6$ elettroni.

2.1 Calcolare, ponendo $V(\infty) = 0$, il <u>potenziale</u> V in un punto generico $P = \begin{pmatrix} 0, & 0, & z \end{pmatrix}$ dell'asse z, ed in particolare il suo valore numerico nel punto $A = \begin{pmatrix} 0, & 0, & 2\mu m \end{pmatrix}$.

2.2 Calcolare il <u>campo elettrico</u> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x, & E_y, & E_z \end{pmatrix}$ nel punto P generico, ed il suo valore numerico nel punto A.

2.3 Se l'anello ruota in modo uniforme con un periodo $T=10ns$ attorno all'asse z, calcolare il <u>campo magnetico</u> $\vec{B} = \begin{pmatrix} B_x, & B_y, & B_z \end{pmatrix}$ nel punto $C = \begin{pmatrix} 0, & 0, & 200\mu m \end{pmatrix}$.

2.4 Un protone (massa $1.5x10^{-27}\ kg$) si trova fermo nel punto A al tempo $t = 0$: dimostrare che il suo moto per $t > 0$ è approssimabile ad un moto armonico e calcolare la frequenza delle oscillazioni.

INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - ** Prova scritta del **22 settembre 2014

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Sul cilindro agiscono la forza di gravita' $M\vec{g} = 3\pi a^3 \rho \vec{g}$, la forza vincolare normale $\vec{N} = -M\vec{g} = -3\pi a^3 \rho \vec{g}$ e la forza di attrito dinamico $\left|\vec{F}_D\right| = \mu_D \left|\vec{N}\right| = 3\pi \mu_D a^3 \rho g$. Inserendo un asse *x* con origine in *O,* la velocita' del centro di massa del cilindro è $V_x = V_o - \mu_D g t$ da cui $t_f = \dfrac{V_o}{2\mu_D g}$.

1.2 $L_{\vec{N}} = L_{M\vec{g}} = 0$, $L_{\vec{F}_D} = \dfrac{1}{2} M \dfrac{V_o^2}{4} - \dfrac{1}{2} M V_o^2 = -\dfrac{3}{8} M V_o^2 = -\dfrac{9}{8} \pi a^3 \rho V_o^2$.

1.3 Definendo sul piano un asse *y* perpendicolare all'asse *x*, il momento angolare rispetto ad *O* ha solo componente *y*: $L_y = \dfrac{3}{2} M V_x a = \dfrac{9}{2} \pi a^4 \rho \left(V_o - \mu_D g t\right)$, da cui

$\Sigma\tau_y = \dfrac{dL_y}{dt} = -\dfrac{3}{2} M a \mu_D g = -\dfrac{9}{2} \pi \rho a^4 \mu_D g$.

1.4 Il momento della forza di attrito rispetto ad O è nullo. Quello della forza di gravita', indicando con *x* l'ascissa del centro di massa, vale Mgx . Quello della forza vincolare, indicando con x_N il suo punto di applicazione, vale $-Mgx_N$. Quindi $-\dfrac{3}{2} M a \mu_D g = Mgx - Mgx_N$, da cui $x_N - x = \dfrac{3}{2} \mu_D a$. Ricordando che la forza vincolare normale deve essere applicata all'interno della base si ricava $\left|x_N - x\right| = \dfrac{3}{2} \mu_D a < a$ da cui $\mu_D < \dfrac{2}{3}$.

Esercizio 2

2.1 Tutti i punti dell'anello sono a distanza $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ da P, per cui $V\left(z\right) = \dfrac{-eN}{4\pi\varepsilon_o \sqrt{r^2 + z^2}}$ (+*e* è la carica elementare) e $V_A = \dfrac{-eN}{4\pi\varepsilon_o \sqrt{r^2 + z^2}} = -14.4V$.

2.2 Sull'asse z il campo elettrico ha solo componente z, che si può ottenere integrando i contributi di ogni elemento dell'anello, oppure anche: $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{-eN}{4\pi\varepsilon_o} \frac{z}{\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}$.

Quindi $\vec{E}_A = \begin{pmatrix} 0, & 0, & -2.88kV/m \end{pmatrix}$.

2.3 L'anello ruotante genera un campo magnetico uguale a quello di una spira circolare percorsa da una corrente $I_S = \frac{-eN}{T}$. L'unica componente non nulla del campo di induzione magnetica nel punto P è quella assiale: $B_z = \frac{\mu_o r^2 I_S}{2\left(r^2+z^2\right)^{3/2}} = \frac{-\mu_o eNr^2}{2T\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}$ da cui $\vec{B}_C = \begin{pmatrix} 0, & 0, & -9x10^{-9}T \end{pmatrix}$.

2.4 Quando il protone si trova in un punto generico P l'equazione del moto è $m_p\ddot{z} = eE_z = \frac{-e^2N}{4\pi\varepsilon_o} \frac{z}{\left(r^2+z^2\right)^{3/2}} \approx \frac{-e^2N}{4\pi\varepsilon_o r^3} z$ in quanto $z << r$. Con le condizioni al contorno si ha $\begin{cases} \ddot{z} + \frac{e^2N}{4\pi\varepsilon_o r^3 m_p} z = 0 \\ z(0) = 2\mu m \\ \dot{z}(0) = 0 \end{cases}$, che è un moto armonico di frequenza

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2N}{4\pi\varepsilon_o r^3 m_p}} = 62.4MHz$$