FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 28 luglio 2014

COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

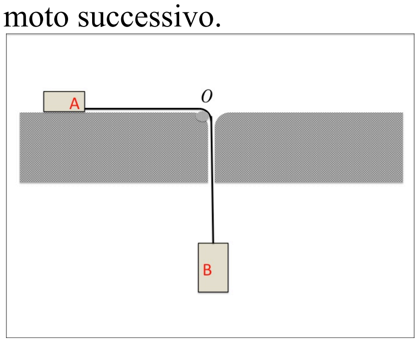
Esercizio 1
Una massa *A* (m_A=5Kg) è vincolata a muoversi senza attrito su un piano orizzontale. A questa massa è attaccato un filo inestensibile di massa trascurabile che passa attraverso un piccolo foro al centro del piano orizzontale. All'altra estremità del filo è attaccata una seconda massa B (m_B=10Kg); al tempo $t = 0$ la massa *A* è a distanza $r_0 = 50cm$ dal foro.

1.1 Disegnare tutte le forze che agiscono sul sistema composto dalle masse A e B e dal filo che le unisce. Dire quali tra queste quantità si conservano per il sistema: energia meccanica , momento angolare rispetto al foro, quantità di moto del sistema.

1.2 Trovare l'equazione del moto della massa *A,* nel caso in cui la sua velocità iniziale sia nulla, e fino al momento in cui cade nel foro.

1.3 Trovare, invece, quale deve essere la velocità iniziale $\left(\vec{V}_o\right)$ (modulo, direzione e verso) della massa *A* affinché essa compia un moto circolare uniforme.

1.4 Nel caso in cui la velocità iniziale sia doppia rispetto a quella trovata al punto precedente, ma abbia stessa direzione e verso, trovare la distanza massima della massa *A* dal foro nel suo moto successivo.



Esercizio 2
Si considerino due sfere conduttrici concentriche di raggi R_1 ed $R_2>R_1$; $V_1>0$ è il potenziale della sfera interna, mentre la sfera esterna è messa a terra.

2.1 Trovare le cariche *Q* depositata sulla sfera interna e *Q'* depositata sulla sfera esterna. Nota: questa domanda e la successiva si risolvono contestualmente.

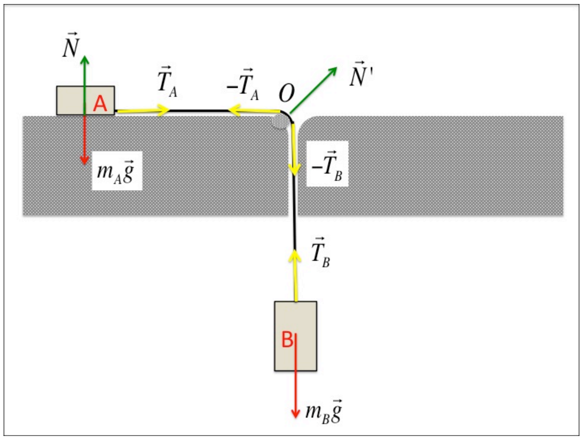
2.2 Trovare il campo elettrico in tutto lo spazio e riportare su un grafico l'andamento della sua componente non nulla.

2.3 Trovare una superficie chiusa *S* tale per cui il flusso del campo elettrico attraverso di essa valga $\Phi(\mathbf{E})=Q/2\varepsilon_0$.

2.4 Trovare quale velocità (modulo, direzione e verso) dovrebbe avere un elettrone posto a distanza $\frac{R_1+R_2}{2}$ dal centro del sistema per compiere un moto circolare uniforme.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 28 luglio 2014
RISPOSTE

Esercizio 1
1.1



Le forze sul sistema, composto dalle due masse *A* e *B*, sono quelle evidenziate nella figura: le forze peso (esterne e conservative, in rosso), la forza vincolare del piano e quella applicata sul filo nel punto *O* (esterne, a lavoro nullo, in verde), la tensione del filo (interne, a lavoro nullo, in giallo). Notare che si ha sempre $|\vec{N}| = m_A g$, $|\vec{T}_A| = |\vec{T}_B|$ e $\vec{N}' = \vec{T}_A + \vec{T}_B$. Si conserva l'energia meccanica perchè tutte le forze sono conservative, oppure compiono lavoro nullo. Si conserva il momento angolare rispetto al polo *O*, perchè $|\vec{N}| = m_A g$ (quindi i momenti di queste due forze sono uguali ed opposti) , mentre tutte le altre forze hanno braccio nullo. Non si conserva la quantità di moto: la somma delle forze esterne non è nulla, in particolare vi è una componente orizzontale diversa da zero dovuta a $\vec{N}'$, ed in effetti in tutte le diverse situazioni descritte nelle domande successive il centro di massa del sistema varia posizione e velocità nel tempo.

1.2 Scriviamo la legge di Newton per ognuna delle due masse: $\begin{cases} m_A\vec{a}_A = \vec{T}_A \\ m_B\vec{a}_B = \vec{T}_B + m_B\vec{g} \end{cases}$.

Con le considerazioni precedenti e notando che i *moduli* delle accelerazioni delle masse A e B in questa situazione sono uguali $\left(|\vec{a}_B| = |\vec{a}_A|\right)$, abbiamo $\begin{cases} m_A|\vec{a}_A| = |\vec{T}_A| \\ m_B|\vec{a}_B| = m_B g - |\vec{T}_B| \end{cases}$, da cui

$m_B|\vec{a}_A| = m_B g - m_A|\vec{a}_A|$ e $|\vec{a}_A| = \dfrac{m_B}{m_B + m_A} g = 6.54 \dfrac{m}{s^2}$. La distanza della massa A dal foro in funzione del tempo vale $r_A = r_o - \frac{1}{2}|\vec{a}_A|t^2$, e questo fino al tempo $t_1 = \sqrt{2\frac{r_o}{|\vec{a}_A|}} = 0.39s$.

Notate che $m_B g - |\vec{T}_B| = m_B|\vec{a}_A| \neq 0$!

1.3 Si deve sempre scrivere $\begin{cases} m_A\vec{a}_A = \vec{T}_A \\ m_B\vec{a}_B = \vec{T}_B + m_B\vec{g} \end{cases}$, ma *in questa situazione* la massa B non si muove, quindi $\vec{a}_B = \vec{0}$, mentre la accelerazione della massa A **è** quella del moto circolare uniforme $|\vec{a}_A| = \frac{V_o^2}{r_o}$. Restano valide le considerazioni della risposta 1.1, da cui

$$\begin{cases} m_A\frac{V_o^2}{r_o} = |\vec{T}_A| = |\vec{T}_B| \\ 0 = m_B g - |\vec{T}_B| \end{cases} \quad \text{e} \quad V_o = \sqrt{\frac{r_o|\vec{T}_B|}{m_A}} = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}gr_o} = 3.13\frac{m}{s}\,.$$

1.4 La velocità iniziale della massa *A* ha modulo $2V_o$ e direzione perpendicolare al filo, quella finale sia V_f (sempre perpendicolare al filo) e la distanza cercata r_f. La massa *B* ha velocità nulla sia nello stato iniziale che in quello finale (non in quelli intermedi), mentre la differenza di quota è proprio $\Delta h = r_f - r_o$. Scriviamo la conservazione del momento angolare e dell'energia meccanica *del sistema*:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m_A(2V_o)^2 = \frac{1}{2}m_A V_f^2 + m_B g(r_f - r_o) \\ V_f r_f = 2V_o r_o \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m_A V_o^2 = \frac{1}{2}m_A\left(\frac{2V_o r_o}{r_f}\right)^2 + m_B g(r_f - r_o) \\ V_f = \frac{2V_o r_o}{r_f} \end{cases} \Rightarrow$$

$m_B g(r_f - r_o) = 2m_A V_o^2 - 2m_A V_o^2\left(\frac{r_o}{r_f}\right)^2 = 2m_A V_o^2\left(\frac{r_f^2 - r_o^2}{r_f^2}\right)$. Eliminando la soluzione banale $r_f = r_o$ si trova $m_B g = \frac{2m_A V_o^2}{r_f^2}(r_f + r_o)$; sostituendo il valore di V_o trovato nella domanda 1.3 si conclude: $m_B g = \frac{2m_B g r_o}{r_f^2}(r_f + r_o) \Rightarrow r_f^2 - 2r_o r_f - 2r_o^2 = 0 \Rightarrow r_f = \left(1 + \sqrt{3}\right)r_o$

Esercizio 2

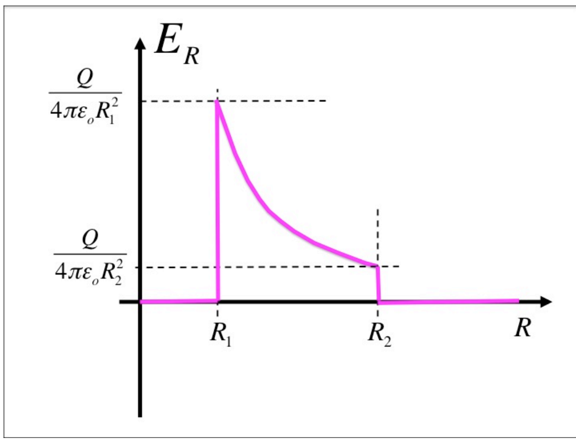
2.1 e 2.2 L'unica componente non nulla del campo elettrico è quella radiale. Poichè la sfera esterna è a potenziale nullo, il campo elettrico è nullo per $R > R_2$, e quindi

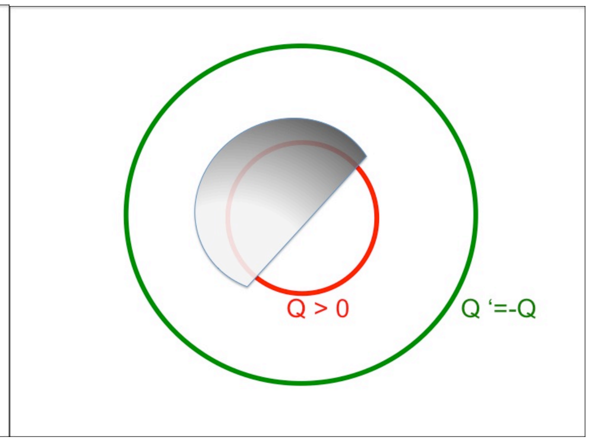
$Q = -Q' > 0$. Con la legge di Gauss si trova $E_R = \begin{cases} 0 & R < R_1 \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o R^2} \quad per & R_1 < R < R_2 \\ 0 & R > R_2 \end{cases}$,

come nel grafico. La carica Q si ottiene imponendo che il valore dato della ddp:

$$V(R_2) = 0 = V_1 - \int_{R_1}^{R_2} E_R\, dR = V_1 - \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R^2} dR = V_1 - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R^2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$, da cui

$$Q = 4\pi\varepsilon_o V_1 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$





2.3 La semisfera nella figura sopra a destra verifica la condizione richiesta.
2.3 L'elettrone, di carica $-e$, deve avere una velocità perpendicolare al raggio. Indicando con m la massa dell'elettrone e con V il modulo della sua velocità, si ha

$$\frac{-eQ}{4\pi\varepsilon_o R^2} = -\frac{mV^2}{R} \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{eQ}{4\pi\varepsilon_o \frac{R_1 + R_2}{2}}} = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}\frac{R_1 R_2}{R_2^2 - R_1^2}}.$$