FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 7 luglio 2014

COGNOME ____________________ NOME ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1

Una massa M può scorrere senza attrito su un piano orizzontale. Un'estremità della massa è appoggiata ad una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo ℓ_0 , l'altro estremo è fissato ad una parete. La molla, che è disposta con il suo asse in direzione orizzontale, al tempo $t=0$ è totalmente compressa e la massa è lasciata libera da ferma.

1.1 Trovare l'equazione del moto della massa fino alla posizione di riposo della molla ed il tempo t_1 in cui la raggiunge, trascurando l'attrito dell'aria.

1.2 Dire quali quantita' si sono conservate fra $t = 0$ e $t = t_1$, ed utilizzare la legge di conservazione appropriata per calcolare la velocità della massa al tempo t_1. Nota: potete confrontare questo risultato con quanto calcolato nella domanda precedente.

1.3 Una volta raggiunta la posizione di riposo della molla la massa si stacca dalla molla ma nel moto successivo essa è sottoposta ad una forza di attrito con l'aria con un coefficiente di attrito viscoso β. Calcolare la velocità della massa per $t > t_1$.

1.4 Calcolare la posizione nella quale la velocità della massa è pari alla metà di quella al tempo t_1 ed il lavoro compiuto dalla forza di attrito tra il tempo t_1 e il tempo t_2 in cui la velocità si è dimezzata.

Esercizio 2

In un sistema di assi cartesiani $Oxyz$ sono disposti tre piani di fili percorsi da corrente $I=0.1A$. Il primo piano ha coordinate $x=-a$ con $a=10cm$ ed una densità fili $n=10fili/cm$ e verso della corrente concorde con y, il secondo piano si trova in $x=0$, ha ed una densità fili $2n$ e verso della corrente discorde con y, mentre il terzo si trova in $x=a$ con densità fili n e verso della corrente concorde con y.

2.1 Trovare il campo magnetico in tutto lo spazio e riportare in un grafico l'andamento della sua unica componente non nulla in funzione di x.

2.2 Disegnare un percorso chiuso tale che la circuitazione del campo magnetico sia $2\mu_0 nIa$.

2.3 Si osserva che un positrone (carica $+e$ e massa pari a quella dell'elettrone) nella regione $0<x<a$ percorre circonferenze di raggio $r=2.5cm$. Determinare il modulo della quantità di moto (in unita' MKS) e l'energia cinetica (in eV) della particella.

2.4 Imponendo la quantizzazione del momento angolare, calcolato rispetto al centro della traiettoria, calcolare i possibili valori del raggio dell'orbita dell'elettrone; in particolare si dia il minimo valore che il raggio puo' assumere.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 7 luglio 2014
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Sia x l'asse su cui si svolge il moto, con origine nel punto in cui la molla è fissata sulla parete. Si ha $\begin{cases} -k\left(x-\ell_0\right)=Ma_x \\ x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{cases}$ da cui $x(t)=\ell_0\left(1-\cos\omega t\right)$ con $\omega=\sqrt{\frac{k}{M}}$,

quindi $t_1=\frac{\pi}{2\omega}$. Notare che si potrebbe già calcolare quanto richiesto dalla seconda domanda: $V_1 \equiv V_x(t_1)=\omega\ell_0\sin\omega t_1=\omega\ell_0$.

1.2 Applichiamo la legge di conservazione dell'energia meccanica fra l'istante iniziale *(t=0)* e $t=t_1$: $\frac{1}{2}k\ell_0^2=\frac{1}{2}MV_1^2$ da cui $V_1=\omega\ell_0$ (vedi sopra).

1.3 Per $t>t_1$ si ha $\begin{cases} M\dot{V}_x=-\beta V_x \\ V_x(t_1)=V_1=\omega\ell_0 \end{cases}$, da cui: $V_x(t)=\omega\ell_0 e^{-\frac{\beta}{M}(t-t_1)}$

1.4 Il lavoro richiesto si calcola direttamente con il teorema delle forze vive (dell'energia cinetica) : $L=\frac{1}{2}M\left(\frac{V_1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}MV_1^2=-\frac{3}{8}k\ell_0^2$.

Il tempo t_2 in cui la velocità si è dimezzata si trova imponendo $\frac{V_1}{2}=V_1 e^{-\frac{\beta}{M}(t_2-t_1)}$ e vale

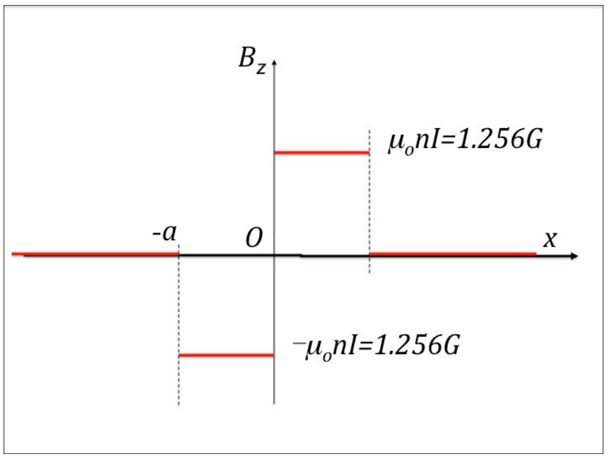
$t_2=t_1+\frac{M}{\beta}\ln 2$, per cui $x(t_2)=x(t_1)+\int_{t_1}^{t_2}V_x(t)\,dt=\ell_0+\int_{t_1}^{t_2}\omega\ell_0 e^{-\frac{\beta}{M}(t-t_1)}\,dt=$

$=\ell_0+\left[\omega\ell_0\left(-\frac{M}{\beta}\right)e^{-\frac{\beta}{M}(t-t_1)}\right]_{t_1}^{t_2}=\ell_0+\frac{\sqrt{kM}}{\beta}\ell_0\left(-e^{-\ln 2}+1\right)=\ell_0\left(1+\frac{\sqrt{kM}}{2\beta}\right)$. Notare che se chiamiamo, come è prassi, $\tau=\frac{M}{\beta}$, si puo' scrivere $x\left(t_2\right)=\ell_0\left(1+\frac{\omega\tau}{2}\right)$.

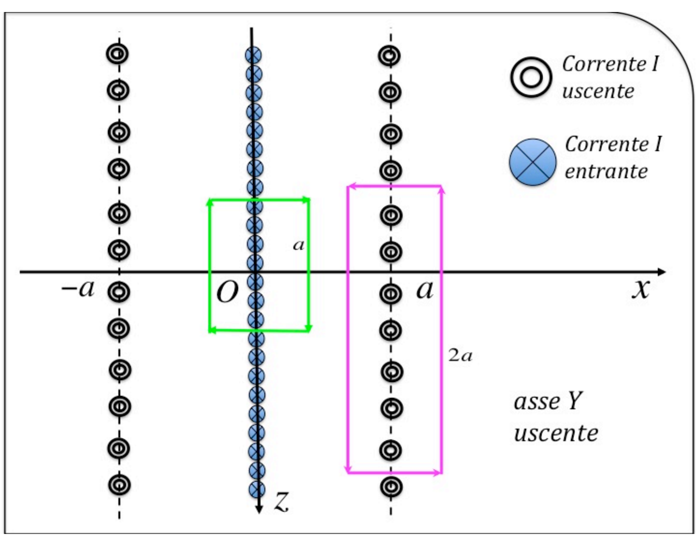
Esercizio 2

2.1 B_z è l'unica componente non nulla del campo magnetico. Applicando la legge di Ampère:

$$B_z = \begin{cases} 0 & x < -a \\ -\mu_o nI & -a < x < 0 \\ \mu_o nI & 0 < x < a \\ 0 & a < x \end{cases} \quad per \qquad \text{con} \quad \mu_o nI = 1.256G = 1.256x10^{-4}T$$



2.2 Esistono infiniti percorsi che verificano la condizione richiesta. A titolo di esempio, in figura ne sono indicate due: uno in verde (rettangolo di altezza *a* percorso in senso orario) ed uno in porpora ((rettangolo di altezza *2a* percorso in senso anti-orario).



2.3 Indicando con m la massa dell'elettrone e con V il modulo della sua velocità, si ha

$eVB_z = \frac{mV^2}{r}$ da cui $\left|\vec{P}\right| = mV = eB_z r = 5.03x10^{-25} kg\cdot m/s$ e

$$K = \frac{P^2}{2m} = \frac{mV^2}{2} = \frac{(eB_z r)^2}{2m} = 1.39x10^{-19} J = 0.87eV \ .$$

2.4 La condizione di quantizzazione su momento angolare si scrive $mVr = eBr^2 = n\hbar$, da cui $r = \sqrt{\frac{n\hbar}{eB_z}} = 2.3\mu m\sqrt{n}$ con n numero intero positivo. Il valore minimo del raggio è quindi $2.3\mu m$ (caso $n = 1$). Il valore massimo e' quello per cui l'orbita circolare è contenuta nella regione $0<x<a$ quindi $r = a/2 = 5cm$, che corrisponde a

$$n = \frac{eBa^2}{4\hbar} \approx 4.7x10^9 \ .$$

Nota. Si puo' anche ricavare la velocità dell'elettrone $V = \sqrt{\frac{n\hbar}{mr}}$: si ottiene il valore minimo (per $n=1$) di *55m/s* ed il valore massimo (per $r = 5\ cm$) di $3.8x10^6$m/s (circa *1%* della velocità della luce).