

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 16 giugno 2014**

COGNOME _____ **NOME** _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1

Una massa m_A è vincolata a muoversi senza attrito su un binario orizzontale liscio disposto lungo l'asse x di un sistema cartesiano in cui l'asse y e' diretto verso l'alto. Alla massa è collegata un'asta rigida di lunghezza L e massa trascurabile al cui altro estremo è attaccata una seconda massa m_B . Al tempo $t=0$ la massa m_A si trova in O , mentre la massa m_B si trova nel punto $(0, L, 0)$ e viene spostata di un tratto infinitesimo in orizzontale.

1.1 Dire quali fra le seguenti quantità (o, nel caso di grandezze vettoriali, quali fra le loro componenti) si conservano: energia meccanica, momento angolare rispetto al polo O , quantità di moto.

1.2 Trovare le posizioni (x_A e x_B) lungo l'asse x delle due masse quando la sbarra si trova in posizione orizzontale.

1.3 Trovare la velocità lungo y della massa B quando la sbarra si trova in posizione orizzontale. Sempre in questa posizione, calcolare il valore delle quantità che non si sono conservate durante il moto.

1.4 Trovare la velocità lungo x della massa B quando questa passa sulla verticale sotto alla massa A . Dire, giustificando al meglio la risposta, quale e' il tipo di moto che la massa B ha effettuato: (i) circolare uniforme; (ii) circolare non uniforme; (iii) ellittico; (iv) uniformemente accelerato; (v) di altro tipo (= nessuno dei precedenti)

Esercizio 2 (Nota: risposte con valori numerici solo per domande 2.2 e 2.3)

Nel volume contenuto tra due superfici cilindriche indefinite coassiali di raggi a e $3a$ con $a=3\text{cm}$ è distribuita una carica elettrica con densità uniforme $\rho = -0.300\text{nC/m}^3$.

2.1 Determinare modulo direzione e verso del campo elettrostatico generato da questa distribuzione di carica in tutto lo spazio e riportare su un grafico la sua unica componente non nulla.

2.2 Determinare la differenza di potenziale tra un punto in $r=4a$ e l'asse del cilindro.

2.3 Determinare la velocità minima diretta lungo r che deve avere un elettrone in $r=4a$ perché arrivi sull'asse della distribuzione ($r=0$).

2.4 Se la distribuzione di carica e' in moto con velocità V_z nel verso positivo dell'asse z , trovare il campo magnetico in tutto lo spazio e riportare in un grafico la sua componente non nulla in funzione di r .

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 16 giugno 2014
Risposte**

Esercizio 1

1.1 Indichiamo: E = energia meccanica, \vec{L} = momento angolare rispetto al polo O , \vec{P} = quantità di moto del sistema composto dalle due masse. **Si conservano: E, P_x, P_z, L_x, L_y** ; non si conservano P_y, L_z . Precisiamo che le conservazioni delle tre quantità (P_z, L_x, L_y) sono identità banali, inessenziali per il seguito.

1.2 Dalla conservazione di P_x e dal vincolo si ha:
$$\begin{cases} m_A x_A + m_B x_B = 0 \\ x_B - x_A = L \end{cases} \quad \text{da cui}$$

$$\begin{cases} x_A = -\frac{m_B}{m_A + m_B} L \\ x_B = +\frac{m_A}{m_A + m_B} L \end{cases}$$

1.3 Indichiamo con $\vec{V}_A = (V_{Ax}, 0, 0)$ e $\vec{V}_B = (V_{Bx}, V_{By}, 0)$ le velocità delle due masse. Quando la sbarra si trova in posizione orizzontale (ma non in altre posizioni durante il moto) si ha $V_{Ax} = V_{Bx} = 0$ per la conservazione di P_x e per il vincolo.

Applicando la conservazione dell'energia $m_B g L = \frac{1}{2} m_A \vec{V}_A^2 + \frac{1}{2} m_B \vec{V}_B^2 = \frac{1}{2} m_B V_{By}^2$ si ottiene

$$V_{By} = -\sqrt{2gL}. \quad \text{Le quantità che non si conservano valgono } P_y = m_B V_{By} = -m_B \sqrt{2gL} \text{ e } L_z = x_B P_y = -\frac{m_A m_B}{m_A + m_B} L \sqrt{2gL}.$$

1.4 Indichiamo con $\vec{V}_A = (V_{Ax}, 0, 0)$ e $\vec{V}_B = (V_{Bx}, V_{By}, 0)$ le velocità delle due masse. Quando la sbarra si trova in questa posizione verticale (ma non in altre posizioni durante il moto) si ha $V_{By} = 0$ a causa del vincolo. Applicando le due leggi di

conservazione
$$\begin{cases} m_A x_A + m_B x_B = 0 \\ 2L m_B g = \frac{1}{2} m_A V_{Ax}^2 + \frac{1}{2} m_B V_{Bx}^2 \end{cases} \quad \text{si ottiene } V_{Bx}^2 = 4gL \frac{m_A}{m_A + m_B}. \quad \text{Il tipo di moto}$$

che la massa B ha effettuato è (iii) ellittico. Infatti, indicando con $\vec{R}_A = (x_A, 0, 0)$

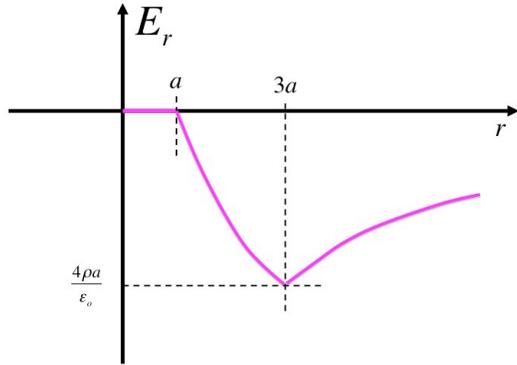
e $\vec{R}_B = (x_B, y_B, 0)$ per la conservazione di P_x e per il vincolo si ha

$$\begin{cases} m_A x_A + m_B x_B = 0 \\ (x_A - x_B)^2 + y_B^2 = L^2 \end{cases} \quad \text{da cui } x_B^2 \left(1 + \frac{m_B}{m_A}\right)^2 + y_B^2 = L^2 \quad \text{che è l'equazione di un'ellisse. Si noti}$$

che, inserendo $y_B = 0$, si ritrova una risposta della domanda 1.2.

Esercizio 2

$$2.1 \quad E_r = \begin{cases} 0 & \text{se } r < a \\ \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(r - \frac{a^2}{r} \right) & \text{se } a < r < 3a \\ 4 \frac{\rho a^2}{\epsilon_0 r} & \text{se } 3a < r \end{cases}$$



$$2.2 \quad V(4a) - V(0) = - \int_0^{4a} E_r dr = - \int_a^{3a} \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(r - \frac{a^2}{r} \right) dr - 4 \int_{3a}^{4a} \frac{\rho a^2}{\epsilon_0 r} dr \quad \text{da cui}$$

$$V(4a) - V(0) = - \frac{\rho a^2}{\epsilon_0} \left(2 - 4 \ln 4 + \frac{7}{2} \ln 3 \right) = 9.15 mV$$

$$2.3 \quad V_i = \sqrt{\frac{2e}{m_e} [V(4a) - V(0)]} = \sqrt{\frac{-2e\rho a^2}{m_e \epsilon_0} \left(2 - 4 \ln 4 + \frac{7}{2} \ln 3 \right)} = 5.7 \times 10^4 m/s$$

$$2.4 \quad B_\theta = \begin{cases} 0 & \text{se } r < a \\ \frac{\mu_0 \rho V_z}{2} \left(r - \frac{a^2}{r} \right) & \text{se } a < r < 3a \\ \frac{4\mu_0 \rho V_z a^2}{r} & \text{se } 3a < r \end{cases}$$

