FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
II esercitazione scritta del 4 giugno 2013

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Nella regione $0 < r < a$ $(a=1mm)$ di un sistema di coordinate polari cilindriche $rz\phi$ è presente una distribuzione di carica elettrica di volume uniforme $\rho = 600nC/m^3$ in moto con velocità uniforme di modulo $V_z = 10^6 m/s$ lungo la direzione $+z$. Sulla superficie cilindrica posta in $r = 3a$ è presente una distribuzione di carica elettrica di superficie uniforme σ $(\sigma<0)$, anch'essa in moto con velocità uniforme di modulo V_z lungo la direzione $+z$, tale che la carica totale del sistema sia nulla.

1.1 Calcolare σ , calcolare l'unica componente non nulla del campo elettrico e riportarla in un grafico in funzione di r.

1.2 Calcolare il potenziale elettrico e riportarlo in un grafico in funzione di r, imponendo che $V(0)=0$.

1.3 Calcolare l'unica componenente non nulla del campo magnetico e riportarla in un grafico in funzione di r.

1.4 Calcolare, qualora sia possibile, la velocità (modulo, direzione e verso) che dovrebbe avere un elettrone posto in $r = 2a$ in modo in modo da compiere un moto:

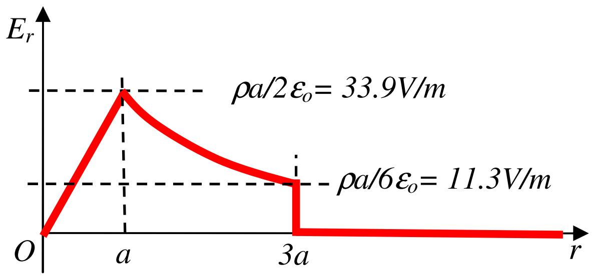
- *caso (i)* rettilineo uniforme
- *caso (ii)* circolare uniforme

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
II esercitazione scritta del 4 giugno 2013
RISPOSTE

1.1 Poichè la carica totale è nulla in un cilindro con asse coincidente con l'asse *z*, di raggio $r>3a$ ed altezza h a piacere si deve avere $2\pi(3a)h\sigma+\pi a^2 h\rho=0$, da cui $\sigma=-\dfrac{\rho a}{6}=-0.1nC/m^2$.

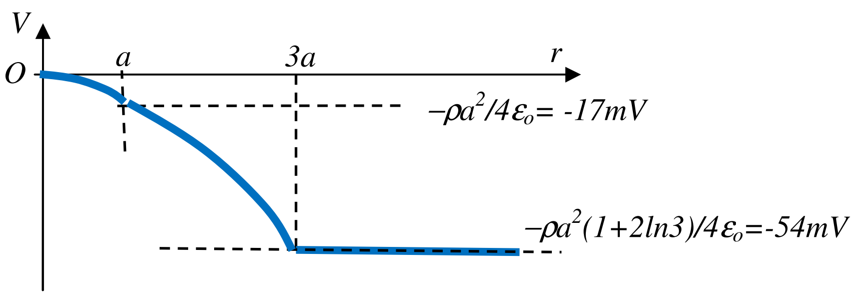
L'unica componente non nulla del campo elettrico è quella radiale. Applicando la legge di Gauss si trova:

$$E_r=\begin{cases}\dfrac{\rho}{2\varepsilon_o}r & r<a\\[2mm] \dfrac{a^2\rho}{2\varepsilon_o r} & a<r<3a\\[2mm] 0 & 3a<r\end{cases}$$



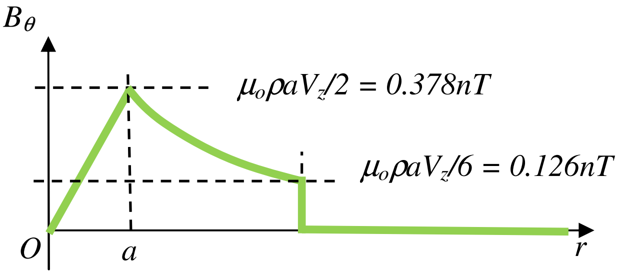
1.2 $V(r)-V(0)\equiv-\int_0^r E_r dr=$

$$=V(r)=\begin{cases}-\int_0^r\dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr= & (r\le a)\\[2mm] -\int_0^a\dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr-\int_a^r\dfrac{a^2\rho}{2\varepsilon_o r}dr= & (a\le r\le 3a)\\[2mm] -\int_0^a\dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr-\int_a^{3a}\dfrac{a^2\rho}{2\varepsilon_o r}dr= & (3a\le r)\end{cases}=\begin{cases}-\dfrac{\rho}{4\varepsilon_o}r^2 & (r\le a)\\[2mm] -\dfrac{\rho a^2}{4\varepsilon_o}-\dfrac{\rho a^2}{2\varepsilon_o}\ln\dfrac{r}{a} & (a\le r\le 3a)\\[2mm] -\dfrac{\rho a^2}{4\varepsilon_o}(1+2\ln 3) & (3a\le r)\end{cases}$$



1.3 L'unica componente non nulla del campo magnetico è quella tangenziale.

Applicando la legge di Ampère si trova: $$B_\vartheta = \begin{cases} \dfrac{\mu_o \rho V_z}{2} r & r < a \\ \dfrac{\mu_o \rho V_z a^2}{2} \dfrac{1}{r} & a < r < 3a \\ 0 & 3a < r \end{cases}$$



1.4

Nel caso *(i)* il moto sarebbe rettilineo uniforme se la forza totale $\vec{f} = -e(\vec{E} + \vec{V}_{el} \wedge \vec{B})$ fosse nulla. Questo potrebbe avvenire solo se la velocità dell'elettrone fosse diretta lungo l'asse z ed avesse modulo:

$$\left|\vec{V}_{el}\right| = \left|\frac{E_r(2a)}{B_\vartheta(2a)}\right| = \frac{\rho a}{4\varepsilon_o} \Big/ \frac{\mu_o \rho V_z a}{4} = \frac{c^2}{V_z}$$. Il risultato è un valore superiore al valore della velocità della luce, e quindi il moto rettilineo uniforme non è possibile.

Nel caso *(ii)* il moto è circolare uniforme se la forza totale $\vec{f} = -e(\vec{E} + \vec{V}_{el} \wedge \vec{B})$ è centripeta con valore $f_r = -m_{el} \dfrac{V_{el}^2}{2a}$. Questo avviene solo se la velocità dell'elettrone è tangenziale: la forza magnetica è nulla e la forza elettrica è $-eE_r(2a) = -\dfrac{e\rho a}{4\varepsilon_o}$. Si ottiene $V_{el} = \sqrt{\dfrac{e\rho a^2}{2m_{el}\varepsilon_o}} = 7.7x10^4 m/s$.