FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 26 luglio 2013

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Un punto materiale di massa M è vincolato a muoversi su una retta, che identifichiamo con l'asse x. Il punto è soggetto a sole forze conservative, la cui risultante genera la seguente funzione *energia potenziale*:

$$U(x) = \begin{cases} \dfrac{U_0}{2}\left[\left(\dfrac{x}{d}-2\right)^2-1\right] & -\infty < x < 3d \\ U_0\left(\dfrac{x}{d}-3\right) & 3d \le x \end{cases}$$

(U_0, d quantità note e positive)

Al tempo $t = 0$ il il punto si trova *fermo* in $x = 0$ ed è lasciato libero di muoversi.

1.1 Disegnare il grafico di $U(x)$. Calcolare ed indicare sul grafico il punto A in cui la velocità sarà massima ed il punto B in cui la ascissa sarà massima.
1.2 Calcolare la forza totale F_x sul punto e produrre il grafico di F_x in funzione di x.
1.3 Calcolare il tempo in cui il punto raggiunge per la prima volta la posizione $x=3d$.
1.4 Calcolare il tempo in cui il punto ritorna per la prima volta nella posizione iniziale.

Esercizio 2 Un filo rettilineo di lunghezza infinita, coincidente con l'asse y di un sistema di coordinate $Oxyz$, è percorso da una corrente costante $I=20A$ nel verso positivo. Nel piano xy si trova una spira quadrata $ABCD$ percorsa anch'essa da una corrente costante I nel verso da A a B. Le coordinate dei punti sono $A=(d,0,0)$, $B=(2d,0,0)$, $C=(2d,d,0)$, $D=(d,d,0)$ con $d=5cm$. La spira ha una massa uniformemente distribuita sui lati con densità lineare pari a $\lambda_m=2g/cm$.

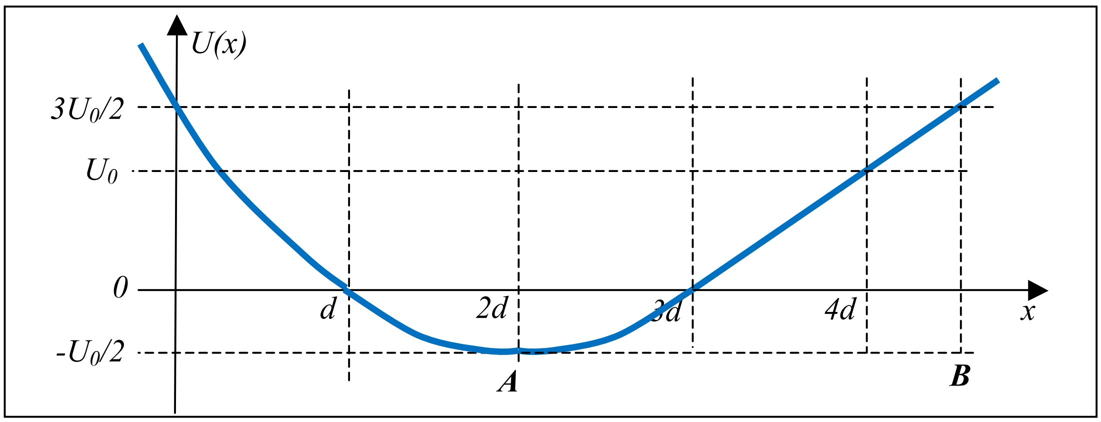
2.1 Calcolare la forza sul lato BC e la forza sul lato DA . Note (valide anche per tutte le altre domande): fornire le componenti delle forze nel sistema $Oxyz$; escludere le forze interne alla spira e calcolare quindi le forze esercitate sulla spira dal solo campo di induzione magnetica generato dal filo.
2.2 Calcolare la forza sul lato AB e la forza sul lato CD.
2.3 Calcolare la forza totale sulla spira e l'accelerazione del centro di massa della spira.
2.4 Calcolare, *rispetto al centro di massa* della spira, il momento totale delle forze sulla spira stessa. Dire anche se le seguenti quantità sono positive, negative o nulle:
i) componente z del momento della forza magnetica sul lato AB
ii) componente z del momento della forza magnetica sul lato BC
iii) componente z del momento della forza magnetica sul lato CD
iv) componente z del momento della forza magnetica sul lato DA

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 26 luglio 2013

RISPOSTE

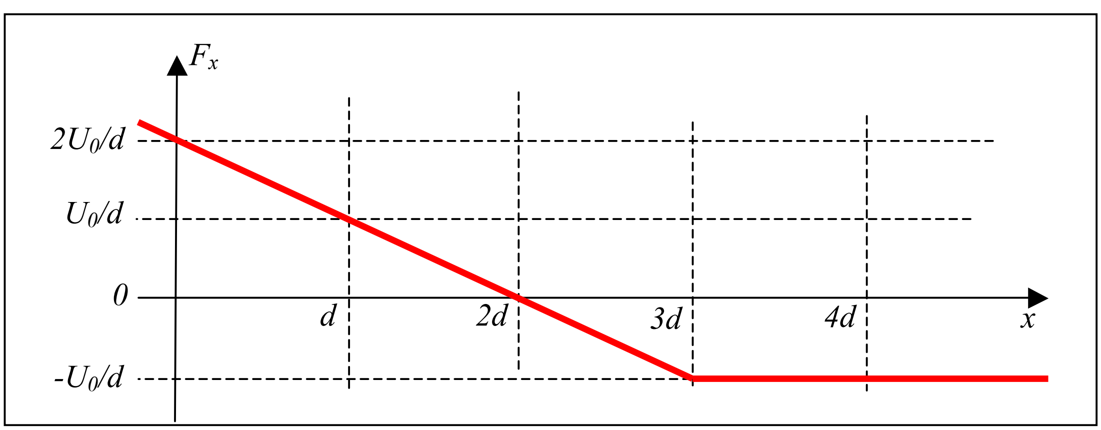
Esercizio 1

1.1 Il grafico è il seguente:



Poichè $x=0$ al tempo $t=0$, utilizzando la conservazione dell'energia meccanica, si vede che l'energia cinetica sarà massima dove $U(x)$ è minima: $x_A = 2d$. La massima ascissa si avrà quando l'energia cinetica sarà di nuovo nulla => l'energia potenziale sarà uguale a quella iniziale: $U(0)=U(x_B)$ => $x_B= 9d/2$.

1.2 $$F_x(x) = -\frac{dU}{dx} = \begin{cases} -\frac{U_0}{d}\left(\frac{x}{d}-2\right) & -\infty < x < 3d \\ -\frac{U_0}{d} & 3d \le x \end{cases}$$



1.3 Il moto si svolge nella regione $0 < x < 3d$, dove si ha la seguente legge oraria:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -\dfrac{U_0}{d}\left(\dfrac{x}{d} - 2\right) \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

. La soluzione è $x = 2d(1 - \cos\omega t)$, con

$\omega = \dfrac{1}{d}\sqrt{\dfrac{U_0}{m}}$, per cui la posizione richiesta ($x=3d$) si raggiungerà al tempo

$t_1 = \dfrac{2\pi}{3\omega} = \dfrac{2\pi d}{3}\sqrt{\dfrac{m}{U_0}}$.

1.4 Per $t = t_1$ il punto ha una velocità $V_x(t_1) = \dot{x}(t_1) = 2d\omega\sin(\omega t_1) = \sqrt{\dfrac{3U_0}{m}}$.

Successivamente prosegue con moto uniformemente accelerato con accelerazione

$a_x = -\dfrac{U_0}{md}$, da cui la legge oraria per $t > t_1$ diventa

$x = 3d + \sqrt{\dfrac{3U_0}{m}}(t - t_1) - \dfrac{U_0}{2md}(t - t_1)^2$. La posizione B, in cui la velocità è nulla,

si raggiunge al tempo t_B tale che $\dfrac{9}{2}d = 3d + \sqrt{\dfrac{3U_0}{m}}(t_B - t_1) - \dfrac{U_0}{2md}(t_B - t_1)^2$ da

cui $t_B = t_1 + d\sqrt{\dfrac{3m}{U_0}} = \left(\sqrt{3} + \dfrac{2\pi}{3}\right)d\sqrt{\dfrac{m}{U_0}}$. Dal punto B si ritorna al punto O

impigando di nuovo un tempo t_B , per cui il tempo richiesto è

$T = 2t_B = 2d\left(\sqrt{3} + \dfrac{2\pi}{3}\right)\sqrt{\dfrac{m}{U_0}}$ che è il periodo del moto del punto (moto periodico, ma non armonico).

Esercizio 2

2.1 Utilizzando la I legge di Laplace:

$$\vec{F}_{BC} = I(0,\ \ d,\ \ 0) \wedge \left(0,\ \ 0,\ \ -\frac{\mu_o I}{4\pi d}\right) = \left(-\frac{\mu_o I^2}{4\pi},\ \ 0,\ \ 0\right) = \left(-4x10^{-5}N,\ \ 0,\ \ 0\right)$$

$$\vec{F}_{AD} = I(0,\ \ -d,\ \ 0) \wedge \left(0,\ \ 0,\ \ -\frac{\mu_o I}{2\pi d}\right) = \left(\frac{\mu_o I^2}{2\pi},\ \ 0,\ \ 0\right) = \left(8x10^{-5}N,\ \ 0,\ \ 0\right)$$

2.2 Utilizzando la I legge di Laplace:

$$\vec{F}_{AB} = \left(0, \quad F_y, \quad 0\right) \quad \text{con} \quad F_y = \int_d^{2d} \frac{\mu_o I}{2\pi x} I dx = \frac{\mu_o I^2}{2\pi} \ln 2 = \left(0, \quad 5.5x10^{-5} N, \quad 0\right)$$

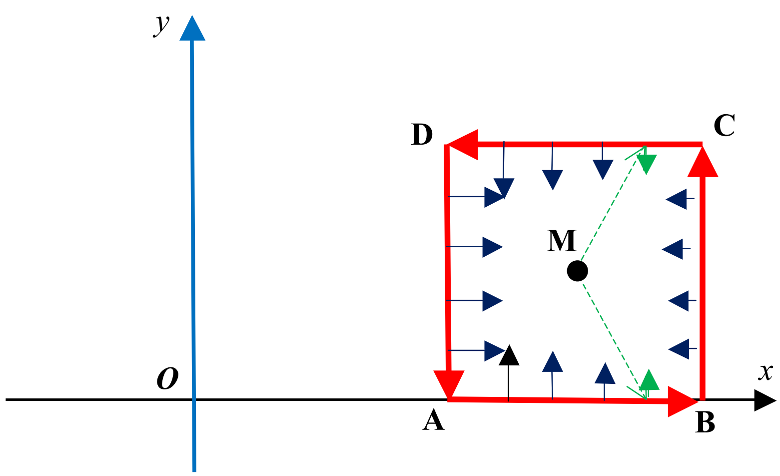
$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{AB} = \left(0, \quad -5.5x10^{-5} N, \quad 0\right)$$

2.3 La somma delle forze sul circuito <u>non</u> è nulla, perchè il campo magnetico non è uniforme, infatti:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{CD} + \vec{F}_{DA} = \left(\frac{\mu_o I^2}{4\pi}, \quad 0, \quad 0\right) = \left(4x10^{-5} N, \quad 0, \quad 0\right).$$

L'accelerazione del centro di massa è data da:

$$\vec{a}_{cm} = \frac{\sum \vec{F}}{M} = \left(\frac{\mu_o I^2}{16\pi\lambda_m d}, \quad 0, \quad 0\right) = \left(10^{-3} m/s^2, \quad 0, \quad 0\right)$$



2.4 Il centro di massa della spira (punto *M*) si trova esattamente nel suo centro geometrico. Le forze sono distribuite sui quattro lati, dirette come in figura, e decrescenti linearmente con la distanza (x) dall'asse y. E' facile vedere che, sommando a due a due le forze infinitesime di due lati opposti (in figura due sono indicate in verde a titolo di esempio), i loro momenti si annullano: da questo si deduce che <u>il momento totale, rispetto al polo M, è nullo</u>.

Tuttavia le proiezioni sull'asse z del momento della forza magnetica su ognuno dei lati non sono tutte nulle. Sono nulle sui lati AD e BC, dove le forze sono distribuite uniformemente. Non lo sono sul lato AB e CD, dove le forze variano con x. Quindi:

- componente z del momento della forza magnetica sul lato <u>*AB: negativa*</u>
- componente z del momento della forza magnetica sul lato <u>*BC: nulla*</u>
- componente z del momento della forza magnetica sul lato <u>*CD: positiva*</u>
- componente z del momento della forza magnetica sul lato <u>*DA: nulla*</u>