FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 5 luglio 2013

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una sbarra omogenea *AB*, di massa *M=5kg* e lunghezza *L=40cm*, è appoggiata su un piano orizzontale privo di attrito. La sbarra è inizialmente in quiete; a partire dal tempo $t = 0$ viene applicata una forza $\vec{F}_0$ nel centro di massa della sbarra ed una forza $\vec{F}_A = -\vec{F}_0$ sull'estremo *A*. Per $t > 0$ le forze hanno modulo costante $\left|\vec{F}_A\right| = \left|\vec{F}_0\right| = 0.5N$ e restano sempre perpendicolari alla sbarra.

1.1 Per $t > 0$ il centro di massa della sbarra si muove ? Motivare la conclusione.
1.2 Si calcoli la accelerazione angolare della sbarra per $t > 0$. Nota: fornire il valore numerico.
1.3 Si calcoli la potenza sviluppata da ognuna delle forze, $\vec{F}_0$ ed $\vec{F}_A$, in funzione del tempo t per $t > 0$.
1.4 Se un insetto, di massa trascurabile rispetto a quella della sbarra, è appoggiato sulla sbarra in prossimità del punto *B*, si calcoli il tempo in cui esso si stacca dalla sbarra se fra insetto e sbarra c'è attrito statico con coefficiente $\mu_s = 0.9$. Nota: fornire i valori numerici.

Esercizio 2 Nella regione $a < |x| < 2a$ di un sistema di coordinate cartesiane *Oxyz* è presente una distribuzione di carica elettrica uniforme ρ $(\rho > 0)$, la parte restante dello spazio è vuota.

2.1 Dimostrare che E_x è l'unica componente non nulla del campo elettrico e spiegare nel modo più convincente possibile che $E_x(-x) = -E_x(x)$.
2.2 Calcolare $E_x(x)$ in ogni punto dello spazio e riportarlo in un grafico in funzione di *x*.
2.3 Calcolare il potenziale elettrico per $x \geq 0$, imponendo che il potenziale sia nullo in $x=0$, e riportarlo in un grafico in funzione di *x*.
2.4 Un elettrone al tempo $t = 0$ si trova fermo in $x = 2a$. Calcolare il tempo in cui raggiunge il piano $x=a$ ed il tempo in cui successivamente raggiunge il piano $x=0$. Si ipotizzi che l'elettrone sia soggetto alla sola forza elettrica dovuta alla distribuzione di carica positiva data.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 5 luglio 2013

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 La somma delle forze sulla sbarra è nulla, quindi l'accelerazione del centro di massa è nulla, ed il centro di massa resta fermo.

1.2 Applichiamo la II equazione cardinale utilizzando il centro di massa della sbarra (che definiamo punto O) come polo, e proiettandola su un asse (z) perpendicolare al piano. Il momento della forza $\vec{F}_0$ è nullo, per cui si avrà:

$$\sum \tau_z = \left|\vec{F}_A\right| \frac{L}{2} = I_O \alpha = \frac{ML^2}{12}\alpha \quad \text{da cui} \quad \alpha = \frac{6\left|\vec{F}_A\right|}{ML} = 1.5 rad/s^2$$

ed anche $\omega = \alpha t = \dfrac{6\left|\vec{F}_A\right|}{ML} t$

1.3 Poichè la potenza sviluppata da una forza è pari al prodotto scalare fra forza e velocità del punto di applicazione, si ha: $P_{\vec{F}_0} = \vec{F}_0 \cdot \vec{V}_0 = 0$ e

$$P_{\vec{F}_A} = \vec{F}_A \cdot \vec{V}_A = \left|\vec{F}_A\right| \omega \frac{L}{2} = \frac{3\left|\vec{F}_A\right|^2}{M} t$$

in quanto il punto O è fermo ed il punto A effettua un moto circolare di raggio $L/2$.

1.4 La forza di attrito necessaria per mantenere l'insetto (di massa $m<<M$) sulla traiettoria circolare sopra il punto B è pari alla massa per l'accelerazione, che ha una componente radiale $\omega^2 \dfrac{L}{2} = \dfrac{18\left|\vec{F}_A\right|^2}{M^2 L} t^2$ ed una tangenziale

$\alpha \dfrac{L}{2} = \dfrac{3\left|\vec{F}_A\right|}{M} = 0.3 m/s^2$. Le due componenti sono perpendicolari quindi il modulo della forza necessaria è $m\sqrt{\left(\dfrac{3\left|\vec{F}_A\right|}{M}\right)^2 + \left(\dfrac{18\left|\vec{F}_A\right|^2}{M^2 L} t^2\right)^2}$. Se questa forza è minore di $\mu_S mg$ l'insetto non scivola via, la condizione di distacco si ha

quando $\mu_S mg = m\sqrt{\left(\dfrac{3\left|\vec{F}_A\right|}{M}\right)^2 + \left(\dfrac{18\left|\vec{F}_A\right|^2}{M^2 L} t^2\right)^2}$ =>

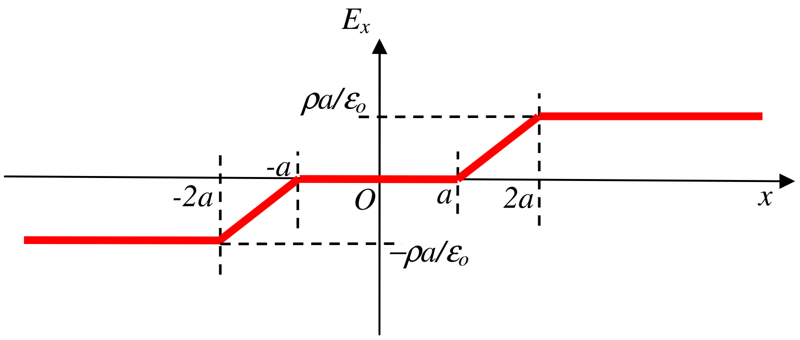
$$t=\frac{M}{6\left|\vec{F}_A\right|}\sqrt{2\mu_S Lg\sqrt{1-\left(\frac{3\left|\vec{F}_A\right|}{\mu_S Mg}\right)^2}}=4.43s.$$ Nota: $\left(\frac{3\left|\vec{F}_A\right|}{\mu_S Mg}\right)^2$ è il termine che deriva dalla accelerazione tangenziale ed è trascurabile rispetto ad 1.

Esercizio 2

2.1 La distribuzione di carica dipende solo da *x* e non da *y* o *z* (simmetria piana) per cui l'unica componente non nulla del campo elettrico è E_x. Inoltre la distribuzione di carica è simmetrica rispetto al piano *x=0* e per cui il campo elettrico nel semispazio *x<0* è uguale ed opposto al campo nel semispazio *x>0*: $E_x(-x)=-E_x(x)$.

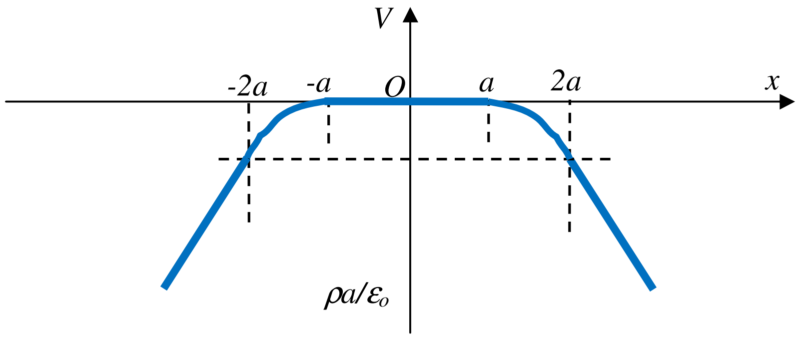
2.2 Applicando la legge di Gauss si trova:

$$E_x=\begin{cases}\rho a/\varepsilon_o & 2a<x\\ \rho(x-a)/\varepsilon_o & a<x<2a\\ 0 \quad \text{per} & -a<x<a\\ \rho(x+a)/\varepsilon_o & -2a<x<-a\\ -\rho a/\varepsilon_o & x<-2a\end{cases}$$



2.3 Poichè $V(x)-V(0)\equiv-\int_0^x E_x dx$ si ha

$$V(x)=\begin{cases}-\rho a(x-3a/2)/\varepsilon_o & 2a<x\\ -\rho(x-a)^2/2\varepsilon_o & a<x<2a\\ 0 \quad \text{per} & -a<x<a\\ -\rho(x+a)^2/2\varepsilon_o & -2a<x<-a \quad \text{(non richiesto)}\\ -\rho a(-x-3a/2)/\varepsilon_o & x<-2a \quad \text{(non richiesto)}\end{cases}$$



Nota: per completezza (non essendo richiesto nel compito) viene anche riportato il valore del potenziale per $x<0$; è interessante osservare che per il potenziale vale la regola $V(-x)=V(x)$.

2.4 L'elettrone, che ha carica $-e$, viene attirato verso il piano $x=0$. La prima parte del moto si svolge quindi nella rgione $a<x<2a$, dove l'equazione del moto è $m\ddot{x}=-eE_x=-e\rho(x-a)/\varepsilon_o$ con le condizioni iniziali $\begin{cases} x(0)=2a \\ \dot{x}(0)=0 \end{cases}$. La soluzione è $x(t)=a(1+\cos\omega t)$ con $\omega=\sqrt{\dfrac{e\rho}{m\varepsilon_o}}$. L'elettrone attraversa il piano $x=a$ al tempo $t_1=\dfrac{\pi}{2\omega}=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m\varepsilon_o}{e\rho}}$ con velocità $V_x(t_1)=-a\omega\sin(\omega t_1)=-a\omega$, dopodichè prosegue di moto rettilineo uniforme $x(t)=a-a\omega(t-t_1)$ fino a raggiungere il piano $x=0$ al tempo $t_2=\left(1+\dfrac{\pi}{2}\right)\sqrt{\dfrac{m\varepsilon_o}{e\rho}}$.