FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 18 giugno 2013

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito   NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Un'automobile di massa $M = 1000kg$ sta viaggiando su una strada *orizzontale* con velocità costante di modulo $V_o = 72km/h$. Al tempo $t = 0$ il guidatore vede un ostacolo ad una distanza $D = 200m$: egli decide di procedere alla stessa velocità per un tempo t_1 e successivamente di frenare con accelerazione costante di modulo a in modo da fermarsi in prossimità dell'ostacolo al tempo t_2.

1.1 Si calcolino t_1 e t_2 in funzione di a.

1.2 Ponendo $a = 2m/s^2$, si calcolino (per $0 < t < t_2$) la velocità e la posizione del veicolo e si riportino in un grafico in funzione di t.

1.3 Ponendo $a = 2m/s^2$, si calcoli (per $0 < t < t_2$) la potenza totale sviluppata sul veicolo e la si riporti in un grafico in funzione di t. Si calcoli anche il lavoro totale compiuto da tutte le forze sul veicolo fra $t = 0$ e $t = t_2$.

1.4 Le forze sul veicolo della domanda precedente sono: 1) gravità, 2) forza vincolare normale, 3) attrito statico fra ruote e strada, 4) forza di attrito viscoso $-\beta\vec{V}$ dell'aria con coefficiente $\beta = 25kg/s$, 5) altre forze interne al veicolo (motore, freni, organi di trasmissione,...). Calcolare il ***lavoro*** che ognuna di queste forze ha compiuto fra $t = 0$ e $t = t_2$, sempre ponendo $a = 2m/s^2$.

Esercizio 2 Un solenoide di altezza infinita, con asse coincidente con l'asse z di un sistema di coordinate Oxyz, ha un raggio a ed è percorso da una corrente continua I_S che ruota in verso antiorario rispetto all'asse z. All'interno del solenoide si misura un campo di induzione magnetica di modulo B. All'interno del solenoide si trova un circuito triangolare OAB, in cui scorre una corrente I_C che scorre nel verso $O \to A \to B \to O$. Le coordinate dei punti sono $A=(a,0,2a)$ e $B=(0,0,2a)$.

2.1 Calcolare la la distanza fra le spire del solenoide.

2.2 Calcolare la forza su ogni lato del circuito dovuta al solo campo di induzione magnetica del solenoide e la forza totale sul circuito. Nota: dovete fornire le componenti delle forze richieste nel sistema di coordinate assegnato.

2.3 Calcolare il momento della forza su ogni lato del circuito dovuta al solo campo di induzione magnetica del solenoide ed il momento totale delle forze sul circuito, utilizzando come polo il punto O. Nota: dovete fornire le componenti dei momenti nel sistema di coordinate assegnato.

2.4 Quale sarà la retta attorno a cui il circuito inizierà a ruotare, nell'ipotesi in cui la massa del circuito sia uniformemente distribuita sul suo perimetro? Nota: giustificare la risposta e fornire l'equazione della retta.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI

PROVA SCRITTA del 18 giugno 2013

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Definiamo un asse *x* nella direzione del moto in modo che *x=0* al tempo *t=0*.

$$V_x = \begin{cases} V_0 & 0 < t < t_1 \\ V_0 - a(t - t_1) & t_1 < t < t_2 \end{cases}$$

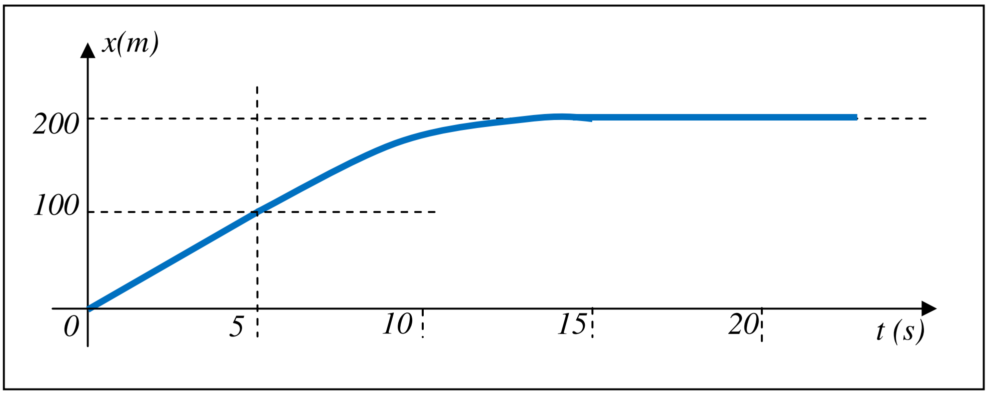
$$x = \begin{cases} V_0 t & 0 < t < t_1 \\ V_0 t_1 + V_0 (t - t_1) - \frac{a}{2}(t - t_1)^2 & t_1 < t < t_2 \end{cases}.$$

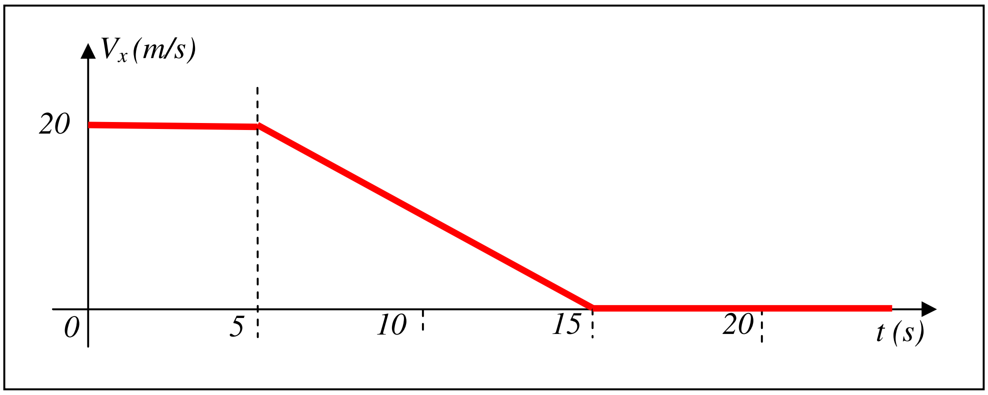
Imponiamo che il veicolo si fermi in $x=D$ per $t = t_2$:

$V_0 - a(t_2 - t_1) = 0$ e $V_0 t_1 + V_0 (t_2 - t_1) - \frac{a}{2}(t_2 - t_1)^2 = \mathrm{D}$, da cui

$$t_1 = \frac{D}{V_0} - \frac{V_0}{2a} \quad , \quad t_2 = \frac{D}{V_0} + \frac{V_0}{2a}$$

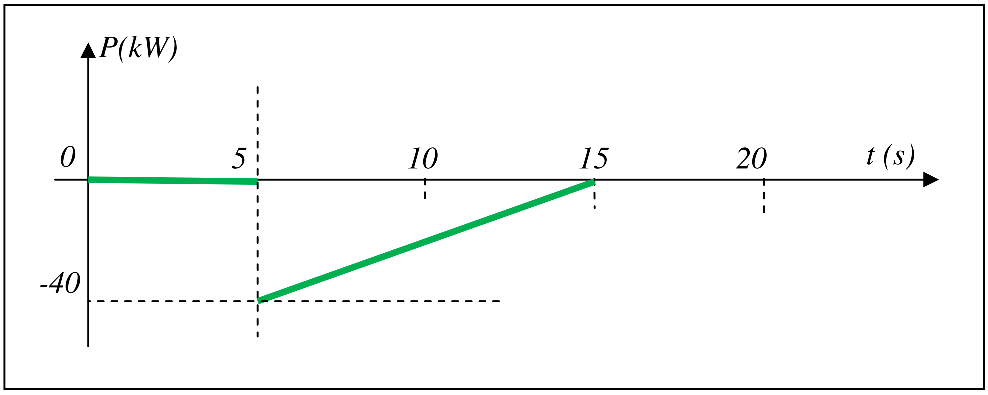
1.2 Si ha $t_1 = 5s$ e $t_2 = 15s$. Le leggi richieste sono già calcolate in 1.1, occorre solo inserire i valori numerici.





1.3 La potenza totale è il prodotto della risultante delle forze, pari alla massa per l'accelerazione, moltiplicata per la velocità:

$$P = \begin{cases} 0 & 0 < t < t_1 \\ -Ma[V_0 - a(t - t_1)] & t_1 < t < t_2 \end{cases}$$



Il lavoro totale è pari alla variazione di energia cinetica:

$$L_{tot} = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2} M V_0^{\,2} = -200kJ$$

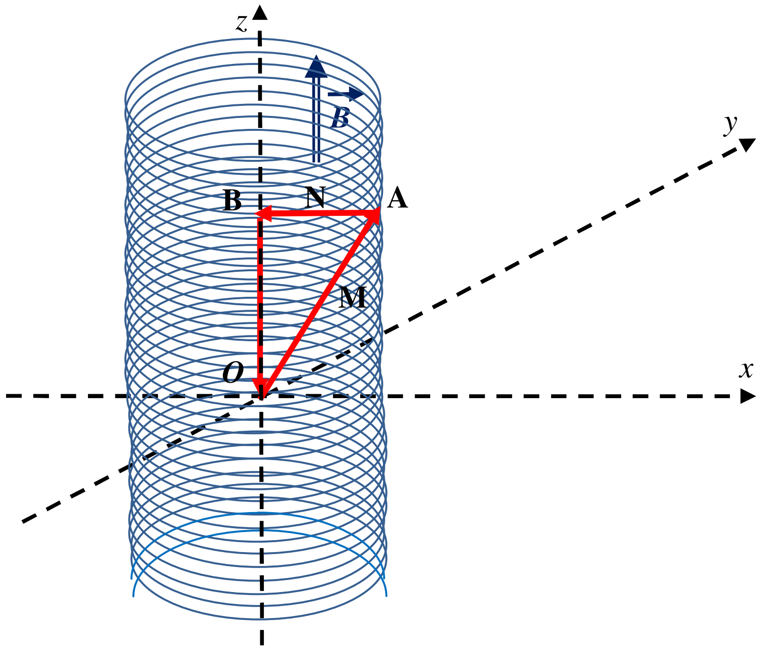
1.4

- $L_1 = L_2 = 0$ (le forze 1 e 2 sono perpendicolari allo spostamento)
- $L_3 = 0$ (l'attrito statico non compie lavoro)
- $L_4 = \int_0^{t_2} -\beta V^2 dt = \int_0^{t_1} -\beta V_0^{\,2} dt + \int_{t_1}^{t_2} -\beta [V_0 - a(t - t_1)]^2 dt =$

  $$= -\beta V_0^{\,2} t_1 - \beta V_0^{\,2}(t_2 - t_1) + \beta V_0 a (t_2 - t_1)^2 - \frac{\beta a^2}{3}(t_2 - t_1)^3 = -83.3kJ$$

  (la forza di attrito viscoso sviluppa una potenza $-\beta \vec{V}^2$)
- $L_5 = L_{tot} - L_4 = -116.7kJ$: il lavoro totale è stato calcolato nella domanda precedente ed è pari alla somma dei lavori di tutte le forze, per cui il lavoro di tutte le forze interne si ottiene per differenza.

Esercizio 2



2.1 Utilizzando la legge di Ampère nel modo classico con cui si calcola il campo magnetico all'interno di un solenoide si trova $d = \frac{\mu_o I_S}{B}$

2.2 Utilizzando la I legge di Laplace su ogni lato del circuito si ha

$$\vec{F}_{OA} = I_c \vec{OA} \wedge \vec{B} = I_c \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a & 0 & 2a \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = (0, \quad -I_c aB, \quad 0)$$

$$\vec{F}_{AB} = I_c \vec{AB} \wedge \vec{B} = I_c \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = (0, \quad I_c aB, \quad 0)$$

$$\vec{F}_{BO} = I_c \vec{BO} \wedge \vec{B} = I_c \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -2a \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = (0, \quad 0, \quad 0)$$

da cui si vede che la somma delle forze sul circuito è nulla:

$\vec{F}_{OA} + \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BO} = \vec{0}$. Questo si poteva ricavare anche dalla teoria: in un campo magnetico uniforme la risultante delle forze magnetiche su un circuito è nulla.

2.3 Utilizzando la definizione di momento di una forza e notando che ogni forza magnetica ha il punto medio di ogni lato come punto di applicazione si ha:

$$\vec{\tau}_{OA} = O\vec{M} \wedge \vec{F}_{OA} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a/2 & 0 & a \\ 0 & -I_C aB & 0 \end{vmatrix} = \left(I_C a^2 B, \quad 0, \quad -\frac{1}{2} I_C a^2 B \right)$$

$$\vec{\tau}_{AB} = O\vec{N} \wedge \vec{F}_{AB} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a/2 & 0 & 2a \\ 0 & I_C aB & 0 \end{vmatrix} = \left(-2 I_C a^2 B, \quad 0, \quad \frac{1}{2} I_C a^2 B \right)$$

$$\vec{\tau}_{BO} = \vec{0}.$$

La somma dei momenti delle forze sul circuito è $\sum \vec{\tau} = \left(-I_C a^2 B, \quad 0, \quad 0 \right)$.
Questo si poteva anche ricavare ricordando che in un campo magnetico il momento delle forze su un circuito è dato da $\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -I_C a^2 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} =$ q.v.d.

2.4 La somma delle forze sul circuito è nulla (risposta 2.2) e quindi il centro di massa resta fermo. La somma dei momenti delle forze è lungo *x* (risposta 2.3), quindi la retta attorno a cui il circuito inizierà a ruotare è parallela all'asse *x* e passa per il centro di massa. Nell'ipotesi in cui la massa del circuito sia uniformemente distribuita sul suo perimetro con densità di massa uniforme λ_m, il centro di massa ha coordinate:

$$x_{cm} = \frac{M_{OA} a/2 + M_{AB} a/2 + 0}{M_{OA} + M_{AB} + M_{BO}} = \frac{\lambda_m a^2 \sqrt{5}/2 + \lambda_m a^2/2}{\lambda_m a\sqrt{5} + \lambda_m a + \lambda_m 2a} = a \frac{1+\sqrt{5}}{2\left(3+\sqrt{5}\right)} = 0.31a$$

$$y_{cm} = 0$$

$$z_{cm} = \frac{M_{OA} a + M_{AB} 2a + M_{BO} a}{M_{OA} + M_{AB} + M_{BO}} = \frac{\lambda_m a^2 \sqrt{5} + \lambda_m 2a^2 + \lambda_m 2a^2}{\lambda_m a\sqrt{5} + \lambda_m a + \lambda_m 2a} = a \frac{4+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = 1.19a$$

L'equazione della retta è quindi $\begin{cases} y = y_{cm} = 0 \\ z = z_{cm} = 1.19a \end{cases}$