FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 27 febbraio 2013

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una sbarra omogenea AB, di massa *M=4kg* e lunghezza *L=60cm*, è vincolata a ruotare senza attrito in un piano verticale attorno ad un punto O che si trova ad una distanza *L/3* dal punto A.

1.1 Si calcoli il momento di inerzia della sbarra per la rotazione attorno al punto O.
1.2 Si calcoli il periodo delle piccole oscillazioni della sbarra attorno alla sua posizione di equilibrio.
1.3 Si calcoli la velocità massima raggiunta dal punto B, se la sbarra viene lasciata libera da ferma con una inclinazione di *100mrad* rispetto alla posizione di equilibrio.
1.4 Si calcoli la forza che il vincolo esercita sulla sbarra quando essa passa per la verticale nella situazione descritta nella domanda precedente (1.3).

Esercizio 2 Nella regione $a/2 < r < a$ di un sistema di coordinate polari cilindriche $rz\phi$ è presente una distribuzione di carica elettrica uniforme e costante ρ ($\rho > 0$) in moto con velocità uniforme di modulo V lungo la direzione $+z$.

2.1 Calcolare l'unica componenente non nulla del campo elettrico e riportarla in un grafico in funzione di r.
2.2 Calcolare la differenza di potenziale elettrico fra un punto posto in $r=2a$ ed un punto sull'asse z.
2.3 Calcolare l'unica componenente non nulla del campo magnetico e riportarla in un grafico in funzione di r.
2.4 Calcolare le tre componenti della forza che agisce su un protone posto in $r=2a$ e che si muova anch'esso lungo la direzione $+z$ con velocità V.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 27 febbraio 2013

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 $I_O = I_{cm} + M\left(\frac{L}{6}\right)^2 = \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{36} = \frac{ML^2}{9} = 0.16 kg.m^2$

1.2 Applichiamo la II equazione cardinale proiettata sull'asse di rotazione (asse y) per angoli piccoli (θ) rispetto alla posizione di equilibrio verticale:

$I_O\ddot{\vartheta} = -Mg\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{3}\right)\sin\vartheta \approx -Mg\frac{L}{6}\vartheta$ da cui $\ddot{\vartheta} + \frac{3}{2}\frac{g}{L}\vartheta = 0$ ed il periodo delle piccole oscillazioni è $\pi\sqrt{\frac{8}{3}\frac{L}{g}} = 0.51 s$.

1.3 Si conserva l'energia meccanica: .

$K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow \frac{1}{2}I_O\omega_f^2 = Mg\frac{L}{6}(1 - \cos\vartheta_o)$ con

$\vartheta_o = 100 mrad$, da cui $\omega_f^2 = \frac{3g}{L}(1 - \cos\vartheta_o)$ e

$V_B = \omega_f\frac{2L}{3} = \sqrt{\frac{4gL}{3}(1 - \cos\vartheta_o)} \approx \vartheta_o\sqrt{\frac{2gL}{3}} = 0.198 m/s$

1.4 $\vec{F}_{vincolo} + M\vec{g} = M\vec{a}_{cm} \Rightarrow \vec{F}_{vincolo} = M\vec{a}_{cm} - M\vec{g}$. L'accelerazione del centro di massa è diretta verso l'alto e vale $|\vec{a}_{cm}| = \omega_f^2\frac{L}{6} = \frac{g}{2}(1 - \cos\vartheta_o)$,

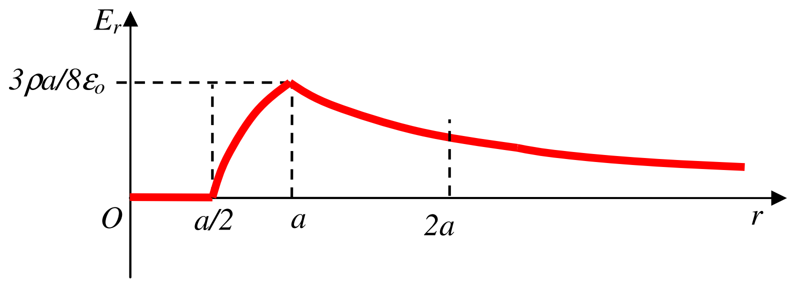
per cui $|\vec{F}_{vincolo}| = Mg + M\frac{g}{2}(1 - \cos\vartheta_o) = \frac{Mg}{2}(3 - \cos\vartheta_o)$ e

$|\vec{F}_{vincolo}| \approx Mg(1 + \vartheta_o^2) = 39.6 N$

Esercizio 2

2.1 L'unica componente non nulla del campo elettrico è quella radiale. Applicando la legge di Gauss si trova:

$$E_r = \begin{cases} 0 & r < a/2 \\ \dfrac{\rho}{2\varepsilon_o}\dfrac{r^2 - a^2/4}{r} & a/2 < r < a \\ \dfrac{3\rho a^2}{8\varepsilon_o}\dfrac{1}{r} & a < r \end{cases}$$



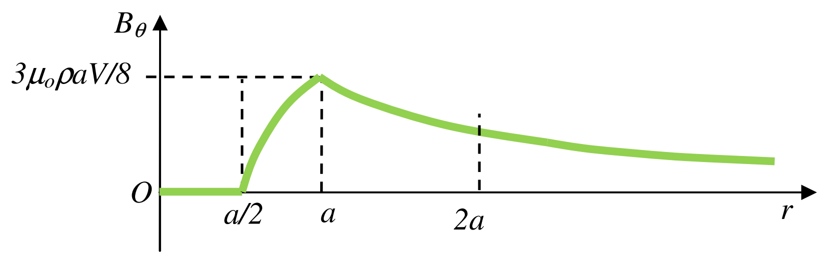
2.2 $$V(2a) - V(0) \equiv -\int_0^{2a} E_r dr = -\int_{a/2}^{a} \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\frac{r^2 - a^2/4}{r}dr - \int_a^{2a}\frac{3\rho a^2}{8\varepsilon_0}\frac{1}{r}dr =$$

$$= -\frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left[r^2\right]_{a/2}^{a} + \frac{\rho a^2}{8\varepsilon_0}\left[\ln r\right]_{a/2}^{a} - \frac{3\rho a^2}{8\varepsilon_0}\left[\ln r\right]_a^{2a} = -\frac{\rho a^2}{4\varepsilon_0}\left(\frac{3}{4} + \ln 2\right)$$

2.3 L'unica componente non nulla del campo magnetico è quella tangenziale.

Applicando la legge di Ampère si trova:

$$B_\vartheta = \begin{cases} 0 & r < a/2 \\ \dfrac{\mu_o \rho V}{2}\dfrac{r^2 - a^2/4}{r} & a/2 < r < a \\ \dfrac{3\mu_o \rho V a^2}{8}\dfrac{1}{r} & a < r \end{cases}$$



2.4 La forza elettrica sul protone è diretta radialmente verso l'esterno, quella magnetica radialmente verso l'interno. La risultante è

$$f_r = eE_r - eVB_\vartheta = \frac{3\rho e a^2}{16}\left(\frac{1}{\varepsilon_o} - \mu_o V^2\right) = \frac{3\rho e a^2}{16\varepsilon_o}\left(1 - \mu_o\varepsilon_o V^2\right) = \frac{3\rho e a^2}{16\varepsilon_o}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$$