INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del **4 febbraio 2013**

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Un corpo viene lanciato dalla superficie terrestre con una velocità iniziale di modulo V_i e nel suo moto successivo si trascuri l'attrito dell'atmosfera. [Dati: raggio terrestre $R_T=6370km$, raggio dell'orbita terrestre intorno al Sole $R_{TS}=1.495x10^8km$]

1.1 Si calcoli la minima velocità iniziale affinchè il corpo sfugga al campo gravitazionale terrestre, trascurando la presenza del Sole e di ogni altro pianeta, se esso viene lanciato dal Polo Nord terrestre.

1.2 Si dica quali quantità, fra quelle elencate di seguito, si conservano durante il moto del corpo dopo che ha lasciato la superficie terrestre, sempre con le ipotesi della domanda precedente: i) energia meccanica ii) quantità di moto iii) momento angolare rispetto al centro delle Terra iv) energia cinetica v) energia potenziale

1.3 Si calcoli la distanza massima dal centro della Terra che il corpo raggiungerà, trascurando la presenza del Sole e di ogni altro pianeta, se esso viene lanciato dal Polo Nord terrestre con una velocità pari alla metà della velocità minima calcolata in 1.1 e che forma un angolo di 30° rispetto all'asse di rotazione terrestre.

1.4 Si calcoli la minima velocità iniziale (rispetto alla Terra) affinchè il corpo sfugga al sistema solare, considerando anche la presenza del Sole ma trascurando ogni altro pianeta, se esso viene lanciato dal Polo Nord terrestre. Si dica anche in che direzione deve essere lanciato il corpo.

Esercizio 2 Nella regione $0 < x < a$, utilizzando un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$, sono state disposte delle cariche elettriche fisse positive, di modulo e, in modo uniforme e con concentrazione nota n; nel piano $x = a$ si trovano altre cariche fisse con una concentrazione superficiale di carica σ; mentre la restante parte dello spazio è vuota. Si osserva che il campo elettrico è nullo per $x < 0$ e per $x > a$.

2.1 Calcolare σ.

2.2 Calcolare E_x (componente x del campo elettrico) e riportarlo in un grafico in funzione di x.

2.3 Calcolare il potenziale elettrico in funzione di x, imponendo che esso sia nullo nel punto O, e riportarlo in un grafico in funzione di x.

2.4 Un elettrone è lasciato in $x = a$ al tempo $t = 0$ con velocità nulla; nel suo moto successivo si consideri come unica forza significativa quella elettrostatica. Si calcoli la posizione dell'elettrone in funzione del tempo, specificando la posizione che esso raggiungerà per $t \to \infty$.

INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 4 febbraio 2013

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Utilizzando la legge di conservazione dell'energia fra la posizione iniziale (corpo sulla superficie terrestre con velocità V_i rispetto al centro della Terra) e quella finale (corpo a distanza infinita dalla superficie terrestre con velocità nulla) si ha:

$\frac{1}{2}mV_i^2 + \left(-\frac{GmM_T}{R_T}\right) = 0$, da cui il valore minimo richiesto è

$V_i \geq \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{2gR_T} = 11.2 km/s$. Nota: ricordare che $gR_T^2 = GM_T$.

1.2 Poichè l'unica forza è quella di attrazione gravitazionale, si conservano: i) energia meccanica e iii) momento angolare rispetto al centro delle Terra.

1.3 Nella posizione iniziale il corpo è sulla superficie terrestre con velocità $\frac{V_i}{2} = \sqrt{\frac{gR_T}{2}}$ inclinata di 30° ; in quella finale il corpo è a distanza R_M dal centro della Terra con velocità V_M perpendicolare alla posizione. Con la legge di conservazione dell'energia si ha:

$\frac{1}{2}m\left(\frac{V_i}{2}\right)^2 + \left(-\frac{GmM_T}{R_T}\right) = \frac{1}{2}mV_M^2 + \left(-\frac{GmM_T}{R_M}\right)$, mentre con la legge di conservazione del momento angolare: $m\frac{V_i}{2}R_T \sin 30^o = mV_M R_M$. Risolvendo il sistema si ottiene $R_M = \left(\frac{4 \pm \sqrt{13}}{6}\right)R_T$; la massima distanza è la soluzione con il segno positivo: $R_M = 8075 km$, che corrisponde ad una altezza di *1705km*.

1.4 Utilizzando la legge di conservazione dell'energia fra la posizione iniziale (corpo sulla superficie terrestre con velocità $\vec{V}_T + \vec{V}_i$ rispetto al Sole) e quella finale (corpo a distanza infinita dal Sole con velocità nulla) si ha:

$\frac{1}{2}m\left(\vec{V}_T + \vec{V}_i\right)^2 + \left(-\frac{GmM_T}{R_T} - \frac{GmM_S}{R_{TS}}\right) = 0$. La direzione di $\vec{V}_i$ deve essere concorde con la velocità $\vec{V}_T$ di rivoluzione della Terra intorno al Sole in modo da massimizzare l'energia cinetica di partenza. Ricordiamo che

$GM_S = \frac{4\pi^2 R_{TS}^3}{T^2} = V_T^2 R_{TS}$, dove $T = 1\ anno$ è il periodo di rivoluzione terrrestre,

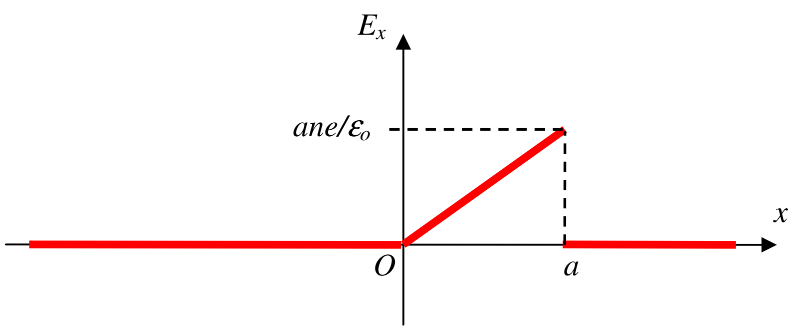
e $V_T = \frac{2\pi R_{TS}}{T} = 29.8 km/s$. Il valore minimo richiesto è

$$V_i \geq \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T} + \frac{2GM_S}{R_{TS}}} - V_T = \sqrt{2gR_T + 2V_T^2} - V_T = 13.8 km/s .$$

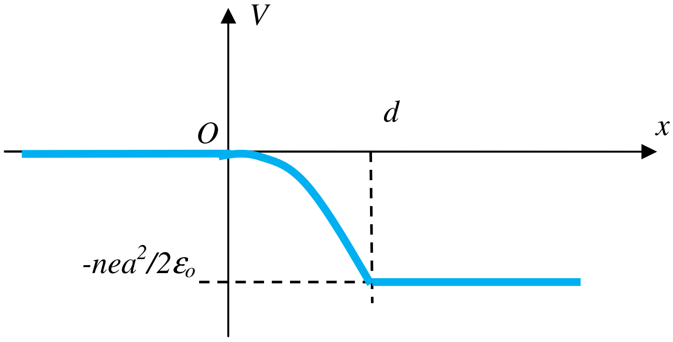
Esercizio 2

2.1 $\sigma = -ena$

2.2 Applicando la legge di Gauss si ha:
$$E_x = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{xne}{\varepsilon_0} & 0 < x < a \\ 0 & a < x \end{cases}$$



2.3 $V(x) - V(0) \equiv -\int_0^x E_x dx$ da cui
$$V(x) = -\int_0^x E_x dx = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ -\frac{nex^2}{2\varepsilon_0} & 0 < x < a \\ -\frac{nea^2}{2\varepsilon_0} & a < x \end{cases}$$



2.4 Il moto si svolgerà inizialmente nella regione $0<x<a$, con l'equazione del moto

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -\dfrac{ne^2}{\varepsilon_0}x \\ x(0) = a \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \quad \text{, che ha per soluzione} \quad \begin{cases} x = a\cos\omega t \\ \omega = \sqrt{\dfrac{ne^2}{m\varepsilon_0}} \end{cases} .$$

L'elettrone raggiungerà il piano $x=0$ al tempo $\dfrac{\pi}{2\omega}$ con velocità di modulo $a\omega$ diretta nel verso negativo dell'asse x . Quindi proseguirà nel semispazio $x<0$, dove il campo elettrico è nullo, con moto rettilineo uniforme. La sua equazione del moto è

$$\begin{cases} x = a\cos\omega t \\ x = -a\omega\left(t - \dfrac{\pi}{2\omega}\right) \end{cases} \quad per \quad \begin{matrix} 0 < t < \dfrac{\pi}{2\omega} \\ t > \dfrac{\pi}{2\omega} \end{matrix} \quad \text{e quindi} \quad x \to -\infty \quad \text{per} \quad t \to \infty .$$