INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del **2 luglio 2012**

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una carrucola, schematizzabile con un disco omogeneo di massa M e raggio R, può ruotare senza attrito attorno al suo asse, che coincide con l'asse z di un sistema di coordinate Oxyz, in cui l'asse y è verticale e diretto verso l'alto. Sulla carrucola è avvolta una fune inestensibile di massa trascurabile, a cui è appeso un blocco di massa m. Per $t < 0$ il sistema, che definiamo essere composto dalla carrucola e dalla massa attaccata alla fune, è fermo. Per $t > 0$ un motore applica sull'asse della carrucola delle forze (la cui somma è nulla, ma il cui momento è diverso da zero): si osserva che la carrucola ha una accelerazione angolare α_o (costante) finchè la velocità angolare è inferiore ad un valore ω_o e successivamente nulla quando si è raggiunta la velocità angolare ω_o.

1.1 Si elenchino tutte le forze che agiscono sulle varie parti del sistema: di ognuna di esse si dica chiaramente se sia INTERNA oppure ESTERNA al sistema e se sia CONSERVATIVA oppure NON-CONSERVATIVA .

1.2 Si calcolino le tre componenti della quantità di moto totale del sistema $(p_x, \quad p_y, \quad p_z)$ in funzione del tempo t e si dica quali forze, fra quelle elencate precedentemente, contribuiscono alla loro variazione nel tempo.

1.3 Si calcoli la componente assiale del momento angolare totale del sistema (L_z) in funzione del tempo t e si dica quali forze, fra quelle elencate precedentemente, contribuiscono alla sua variazione nel tempo.

1.4 Si calcoli la potenza sviluppata dal motore in funzione di t.

Esercizio 2 Nello spazio in cui e' definito un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$ e' stata posta una densita' di carica uniforme: $\rho > 0$ nella regione $0 < x < d$, mentre la restante parte dello spazio e' vuota.

2.1 Calcolare E_x e riportarlo in un grafico in funzione di x.

2.2 Calcolare il potenziale elettrico in funzione di x, imponendo che esso sia nullo in $x=0$ e riportarlo in un grafico in funzione di x.

2.3 Un elettrone è lasciato in O al tempo $t = 0$ con velocità nulla; nel suo moto successivo si consideri come unica forza significativa quella elettrostatica. Si calcoli la posizione dell'elettrone in funzione del tempo.

2.4 Se invece, diversamente dal caso descritto in 2.3, l'elettrone è lasciato in O al tempo $t = 0$ con velocità di modulo V_o e diretta lungo z, si calcoli la traiettoria dell'elettrone e la si disegni nel piano xz.

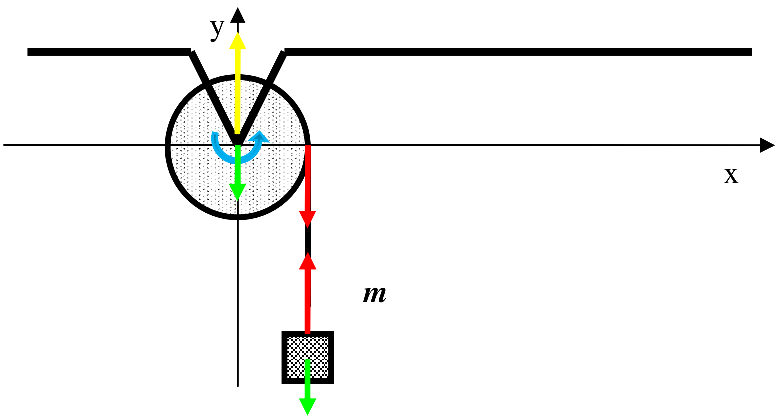
INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del **2 luglio 2012**

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Le forze sono indicate a colori in figura e le loro proprietà sono riassunte in tabella



Forze =>	del Motore	Gravità	Tensione Fune	Vincolo Asse
Colore in disegno =>	blu	verdi	rosse	gialla
Esterna ? =>	SI	SI	NO	SI
Conservativa ? =>	NO	SI	SI (lavoro nullo)	SI (lavoro nullo)

1.2 La quantità di moto della carrucola è sempre nulla, perchè il suo centro di massa è fermo. Resta solo la componente y del blocco: $p_y = \begin{cases} -m\alpha_o R t & \left(0 \le t \le \omega_o / \alpha_o\right) \\ -m\omega_o R & \left(\omega_o / \alpha_o \le t\right) \end{cases}$.

Le forze responsabili della variazione sono la gravità e la forza vincolare dell'asse. La tensione della fune è una forza interna e sicuramente non contribuisce. Le forze del motore non contribuiscono se si schematizzano, come normalmente avviene in tutti i motori e come è indicato nel testo, con una coppia, il cui momento è diverso da zero e la cui risultante è nulla.

1.3 $L_z = \begin{cases} \left(\frac{M}{2} + m\right)\alpha_o R^2 t & \left(0 \le t \le \omega_o / \alpha_o\right) \\ \left(\frac{M}{2} + m\right) R^2 \omega_o & \left(\omega_o / \alpha_o \le t\right) \end{cases}$

Le forze responsabili della variazione sono la gravità e le forze del motore. La forza vincolare dell'asse non contribuisce perchè ha momento nullo, la tensione della fune perchè è una forza interna.

1.4 Applicando alla carrucola la II equazione cardinale si ha

$\tau_z - mgR = \left(\frac{M}{2} + m\right) R^2 \alpha$, da cui si ricava il momento delle forze del motore:

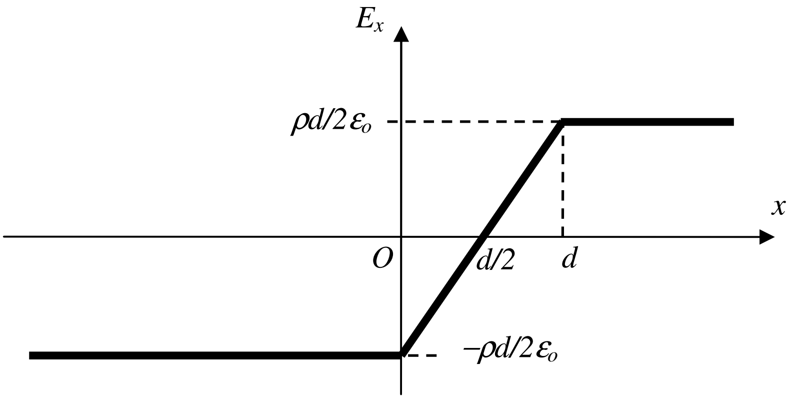
$\tau_z = mgR + \left(\frac{M}{2} + m\right) R^2 \alpha$. La potenza richiesta è quindi

$$P = \tau_z \omega = \begin{cases} \left[mgR + \left(\frac{M}{2} + m\right) R^2 \alpha_o\right] \alpha_o t & \left(0 \le t \le \omega_o / \alpha_o\right) \\ mgR\omega_o & \left(\omega_o / \alpha_o \le t\right) \end{cases}$$

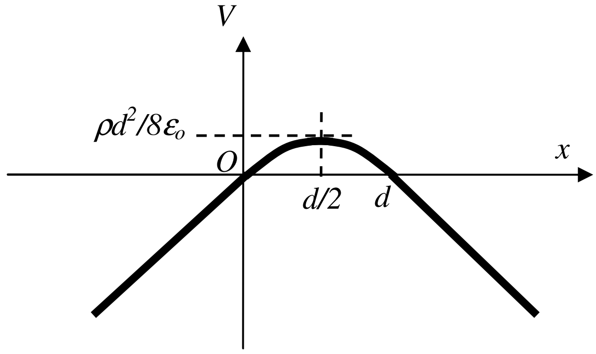
Esercizio 2

2.1 E_x e' l'unica componente non nulla per motivi di simmetria e applicando la legge di Gauss si ha:

$$E_x = \begin{cases} -\frac{\rho d}{2\varepsilon_0} & x < 0 \\ \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(x - \frac{d}{2}\right) & 0 < x < d \\ \frac{\rho d}{2\varepsilon_0} & d < x \end{cases}$$



2.2 $V(x)-V(0)\equiv -\int_0^x E_x dx$ da cui $V(x)=-\int_0^x E_x dx = \begin{cases} \dfrac{\rho d}{2\varepsilon_0}x & x<0 \\ \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(dx-x^2\right) & 0<x<d \\ \dfrac{\rho d}{2\varepsilon_0}(d-x) & d<x \end{cases}$



2.3 Il moto si svolgerà nella regione $0<x<d$, con l'equazione del moto

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -e\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\left(x-\dfrac{d}{2}\right) \\ x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{cases}, \quad \text{che ha per soluzione} \quad \begin{cases} x=\dfrac{d}{2}(1-\cos\omega t) \\ \omega=\sqrt{\dfrac{e\rho}{m\varepsilon_0}} \end{cases}.$$

Nota: $+e=1.6x10^{-19}C$ = carica elementare (uguale ed opposta alla carica dell'elettrone).

2.4 Le forze sono le stesse del caso precedente. Le condizioni iniziali sono le stesse della domanda precedente solo per la proiezione del moto lungo x, mentre per la proiezione del moto lungo z si ha $\begin{cases} m\ddot{z}=0 \\ z(0)=0 \\ \dot{z}(0)=V_o \end{cases}$, da cui $z=V_o t$. Combinando le espressioni si ottiene la traiettoria: $x=\dfrac{d}{2}\left(1-\cos\dfrac{\omega z}{V_o}\right)$ come in figura.