FISICA per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 12 giugno 2012

COGNOME ____________________ NOME ___________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una bilancia a molla è composta da un piatto di massa $m_B = 200g$ connessa alla base da una molla verticale di costante elastica *k* e lunghezza a riposo $\ell_0 = 10cm$. Per $t < 0$ la bilancia è ferma e la molla ha una lunghezza $\ell = 9cm$.

1.1 Calcolare la costante elastica *k*.

1.2 Al tempo $t = 0$ il piatto della bilancia viene colpito da una mozzarella di massa $m_M = 100g$, lasciata cadere da ferma da un'altezza $h = 40cm$ rispetto al piatto. La mozzarella si attacca istantaneamente al piatto della bilancia: calcolare la loro velocità subito dopo l'urto.

1.3 Calcolare l'energia che viene dissipata nell'urto fra mozzarella e bilancia.

1.4 Determinare se la molla sarà poi compressa completamente.

Esercizio 2 Una superficie cilindrica, di altezza infinita e raggio a, uniformemente caricata con una densità positiva di carica elettrica σ, è in rotazione con velocità angolare ω costante attorno al suo asse. Si utilizzi un sistema di coordinate cilindriche con l'asse z coincidente con l'asse della superficie cilindrica.

2.1 Si calcolino le componenti del campo elettrico in funzione della distanza r dall'asse z.

2.2 Si calcoli il potenziale elettrico in funzione della distanza r dall'asse, imponendo che il potenziale sia nullo sulla superficie cilindrica.

2.3 Si calcolino le componenti del campo magnetico in funzione della distanza r dall'asse z.

2.4 Un elettrone si trova a distanza $3a$ dall'asse z con velocità di modulo V_o diretta tangenzialmente. Utilizzando le due leggi di conservazione appropriate si dica per quali valori di V_o l'elettrone colpirà la superficie cilindrica.

FISICA per ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 12 giugno 2012 - RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 $k = \dfrac{m_B g}{\ell_o - \ell} = 196 N/m$

1.2 La velocità con cui la mozzarella colpisce il piatto è $V_M = \sqrt{2gh}$. Durante l'urto si conserva la quantità di moto, da cui la velocità richiesta $V_0 = \dfrac{m_M\sqrt{2gh}}{m_M + m_B} = 0.933 m/s$.

1.3 $\Delta E = \dfrac{1}{2}(m_M + m_B)V_0^2 - \dfrac{1}{2}m_M V_M^2 = -\dfrac{m_M m_B}{m_M + m_B} gh = -0.26 J$

1.4 Utilizziamo la legge di conservazione dell'energia meccanica fra l'istante subito dopo l'urto e l'istante finale in cui ipotizziamo che la molla sia completamente compressa:

$\dfrac{1}{2}(m_M + m_B)V_0^2 + (m_M + m_B)g\ell + \dfrac{1}{2}k(\ell_o - \ell)^2 = \dfrac{1}{2}(m_M + m_B)V_f^2 + \dfrac{1}{2}k\ell_o^2$ da cui

$V_f^2 = V_0^2 + 2g\ell + k\dfrac{(\ell_o - \ell)^2 - \ell_o^2}{m_M + m_B} = (0.87 + 1.76 - 5.23) m^2/s^2 < 0$. Questo risultato è privo di significato e concludiamo che la molla non si comprimerà completamente.

Esercizio 2

2.1 L'unica componente non nulla del campo elettrico e' quella radiale:

$$E_r = \begin{cases} 0 & \text{se } r < a \\ \dfrac{a\sigma}{\varepsilon_o r} & \text{se } r > a \end{cases}$$

2.2 $$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < a \\ \dfrac{a\sigma}{\varepsilon_o}\ln\dfrac{a}{r} & \text{se } r > a \end{cases}$$

2.3 L'unica componente non nulla del campo magnetico è quella assiale, in quanto le correnti sono distribuite come in un solenoide: $B_z = \begin{cases} \mu_o a\sigma\omega & \text{se } r < a \\ 0 & \text{se } r > a \end{cases}$

2.4 Nel moto si conservano l'energia ed il momento angolare rispetto all'asse *z* e le utilizziamo fra la posizione iniziale e la posizione in cui l'elettrone colpirebbe la superficie cilindrica. La legge della conservazione del momento angolare $3am_eV_o = am_eV_f \sin\theta$ (angolo fra velocità finale e posizione finale) fornisce la condizione $3V_o < V_f$, che inseriremo nella legge di conservazione dell'energia: $-eV(3a) + \dfrac{1}{2}m_eV_o^2 = -eV(a) + \dfrac{1}{2}m_eV_f^2$ =>

$V_f^2 = V_o^2 + 2\dfrac{e\sigma a}{m_e\varepsilon_o}\ln 3 > 9V_o^2$ => $V_o < \sqrt{\dfrac{e\sigma a}{4m_e\varepsilon_o}\ln 3}$