

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI**
Prima PROVA SCRITTA parziale del 17 aprile 2012

COGNOME _____ NOME _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una sbarra omogenea, di massa $M = 1.14 \text{ kg}$ e lunghezza $L = 40 \text{ cm}$ è vincolata a ruotare attorno al suo centro. La sbarra è inizialmente ferma ed una pallina di gomma di massa $m = 20\text{g}$, con una velocità di modulo $V_o = 40\text{m/s}$ e perpendicolare alla sbarra stessa, raggiunge una estremità della sbarra, sulla quale rimbalza elasticamente in un tempo molto breve. La velocità della pallina, subito dopo l'urto, è parallela alla velocità che essa aveva subito prima. Si consideri come sistema quello composto dalla sbarra e dalla pallina: per rappresentare le quantità vettoriali si utilizzi un sistema di coordinate $Oxyz$ in cui l'asse x è diretto come la velocità della pallina e l'asse y come la sbarra subito prima dell'urto.

1.1 Si spieghi perchè solo due delle seguenti quantità del sistema (energia meccanica, quantità di moto, momento angolare rispetto all'asse di rotazione della sbarra) si conservano durante l'urto. Utilizzando le quantità conservate si calcolino la velocità angolare della sbarra e la velocità della pallina subito dopo l'urto.

1.2 Si calcoli, fra l'istante immediatamente precedente e quello immediatamente successivo all'urto, la variazione della grandezza fisica (fra le tre indicate nella domanda precedente) che non si conserva.

1.3 La pallina viene esplosa da una pistola con una velocità di modulo $V_i = 50\text{m/s}$ ad un tempo $t_o = 0.05\text{s}$ prima dell'urto. Trascurando la forza di gravità e ipotizzando che la pallina nel suo moto sia principalmente soggetta ad una forza di attrito viscoso

$$\vec{F}_{AV} = -\beta\vec{V}, \text{ si calcoli il coefficiente } \beta$$

1.4 Si calcoli la distanza da cui la pistola emette la pallina.

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 17 aprile 2012
RISPOSTE**

Esercizio 1

1.1 Durante l'urto si conservano il momento angolare rispetto all'asse di rotazione della sbarra, perchè le forze esterne (la forza vincolare sul perno, la gravità) hanno un momento nullo, e l'energia meccanica, perchè l'urto è elastico e le forze sono tutte conservative. Utilizziamo queste leggi di conservazione, indicando con ω la velocità angolare della sbarra dopo l'urto e con V_x la componente x della velocità subito dopo l'urto:

$$\left\{ \begin{array}{l} mV_o \frac{L}{2} = I_{sbarra} \omega + mV_x \frac{L}{2} = \frac{ML^2}{12} \omega + mV_x \frac{L}{2} \\ \frac{1}{2} mV_o^2 = \frac{1}{2} I_{sbarra} \omega^2 + \frac{1}{2} mV_x^2 = \frac{1}{2} \frac{ML^2}{12} \omega^2 + \frac{1}{2} mV_x^2 \end{array} \right. .$$

Si ricava:
$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{12mV_o}{(3m + M)L} = 20 \text{ rad / s} \\ V_x = V_o \left(1 - \frac{2M}{(3m + M)} \right) = -36 \text{ m / s} \end{array} \right.$$

per cui la pallina rimbalza indietro quasi con la stessa velocità con cui colpisce la sbarra.

1.2 Durante l'urto si produce una variazione di quantità di moto, dovuta alla forza impulsiva vincolare sull'asse di rotazione. Si noti che la sbarra ha quantità di moto nulla anche dopo l'urto perchè il suo centro di massa è fermo:

$$\vec{P}_i = (mV_o, 0, 0), \quad \vec{P}_f = \vec{P}_f^{sbarra} + \vec{P}_f^{pallina} = \vec{0} + (mV_x, 0, 0) .$$

$$\Delta P_x = \frac{-2mMV_o}{M + 3m} = -1.52 \text{ kg.m / s} \quad , \text{ le altre componenti sono nulle.}$$

1.3 Il moto del proiettile è rettilineo lungo l'asse x, per cui $m\dot{V}_x = -\beta V_x$.

Ponendo $t=0$ al momento dell'esplosione la soluzione è: $V_x = V_i e^{-t/\tau}$, con

$\tau = \frac{m}{\beta}$. Imponendo che velocità al momento dell'impatto sia quella fornita nel

testo si ha $V_o = V_i e^{-t_o/\tau}$ da cui $\tau = \frac{t_o}{\ln(V_i/V_o)} = \frac{m}{\beta}$ e

$$\beta = \frac{m}{\tau} = \frac{m}{t_o} \ln(V_i/V_o) = 0.089 \text{ kg/s}.$$

$$\begin{aligned} \mathbf{1.4} \quad \Delta x &= \int_0^{t_o} V_x dt = \int_0^{t_o} V_i e^{-t/\tau} dt = V_i \tau (1 - e^{-t_o/\tau}) = \\ &= V_i \tau \left(1 - \frac{V_o}{V_i} \right) = \frac{m}{\beta} (V_i - V_o) = \frac{(V_i - V_o)}{\ln\left(\frac{V_i}{V_o}\right)} t_o = 2.24 \text{ m} \end{aligned}$$