INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 6 febbraio 2012

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Un carrello di massa M al tempo $t = 0$ viene lanciato in salita con velocità di modulo V_o su un piano inclinato di un angolo θ rispetto ad un piano orizzontale. La forza di attrito principale è di tipo viscoso $(-\beta\vec{V})$.

1.1 Calcolare la velocità del carrello in funzione del tempo per $0 < t < t_f$, istante in cui si ferma.
1.2 Calcolare la massima altezza raggiunta dal carrello.
1.3 Calcolare, in funzione del tempo per $0 < t < t_f$: i) la potenza esercitata dalla forza di gravità, ii) la potenza sviluppata dalla forza di attrito, iii) la potenza totale.
1.4 Calcolare la velocità del carrello in funzione del tempo per $t_f < t$. [Nota: non dovrebbe essere necessaria la risoluzione di una nuova equazione differenziale]. Riportare in un grafico la velocità del carrello per $0 < t < \infty$.

Esercizio 2 Si consideri un cilindro di raggio a, altezza infinita ed asse coincidente con l'asse z di un sistema di coordinate. Il cilindro è riempito da portatori di carica positivi (carica $+e$) con una concentrazione uniforme n in moto lungo l'asse z con velocità $V_z = +V_o$ e da altrettanti portatori di carica negativi (carica $-e$, concentrazione sempre uniforme n) in moto lungo l'asse z con velocità $V_z = -V_o$.

2.1 Calcolare la corrente elettrica totale attraverso una sezione del cilindro.
2.2 Dimostrare, utilizzando considerazioni di simmetria, che il campo magnetico ha solo componente tangenziale (B_ϑ). Calcolare B_ϑ in ogni punto dello spazio e riportarlo in un grafico in funzione di r (distanza dall'asse del cilindro).
2.3 Calcolare la forza su un singolo portatore di carica posto a distanza r dall'asse z. La risposta dipende se il portatore è positivo o negativo?
2.4 Individuare e disegnare una linea chiusa γ tale che: $\oint_\gamma \vec{B} \bullet d\vec{l} = 3\pi\mu_o a^2 en V_z$.

INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 6 febbraio 2012
RISPOSTE

Esercizio 1

.

1.1 Inserendo un asse *x* in salita lungo il piano inclinato e con origine nel punto in cui il carrello si trova al tempo t = 0, l'equazione del moto è

$-mg\sin\vartheta - \beta V_x = m\dot{V}_x$ con la condizione iniziale $V_x(0) = V_0$, da cui

$$V_x(t) = \left(V_0 + \frac{mg\sin\vartheta}{\beta}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{mg\sin\vartheta}{\beta} \quad \text{con } \tau = \frac{m}{\beta}.$$

1.2 Il carrello si ferma quando $V_x(t_f) = 0$ da cui $t_f = \frac{m}{\beta}\ln\left(1 + \frac{\beta V_0}{mg\sin\vartheta}\right)$.

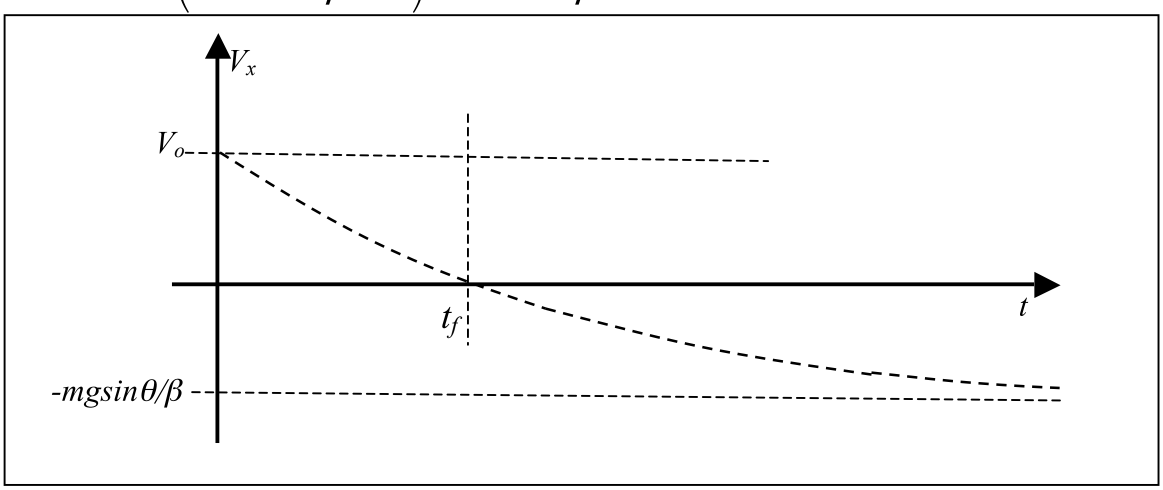
$$x(t_f) = \int_0^{t_f} V_x dt = \frac{mV_0}{\beta} - \frac{m^2 g\sin\vartheta}{\beta^2}\ln\left(1 + \frac{\beta V_0}{mg\sin\vartheta}\right),\quad H = \frac{x(t_f)}{\sin\vartheta}.$$

1.3 La potenza sviluppata da una forza è pari al prodotto scalare della forza stessa con la velocità, per cui $P_{gravità} = -mg\sin\vartheta V_x(t)$, $P_{attrito} = -\beta V_x^{\,2}(t)$ e

$$P_{totale} = ma_x(t)V_x(t), \text{ con } a_x(t) = -\frac{m}{\beta}\left(V_0 + \frac{mg\sin\vartheta}{\beta}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

1.4 Per $t > t_f$ l'equazione del moto è $-mg\sin\vartheta - \beta V_x = m\dot{V}_x$, <u>identica</u> a quella di 1.1, con la condizione iniziale $V_x(t_f) = 0$, da cui

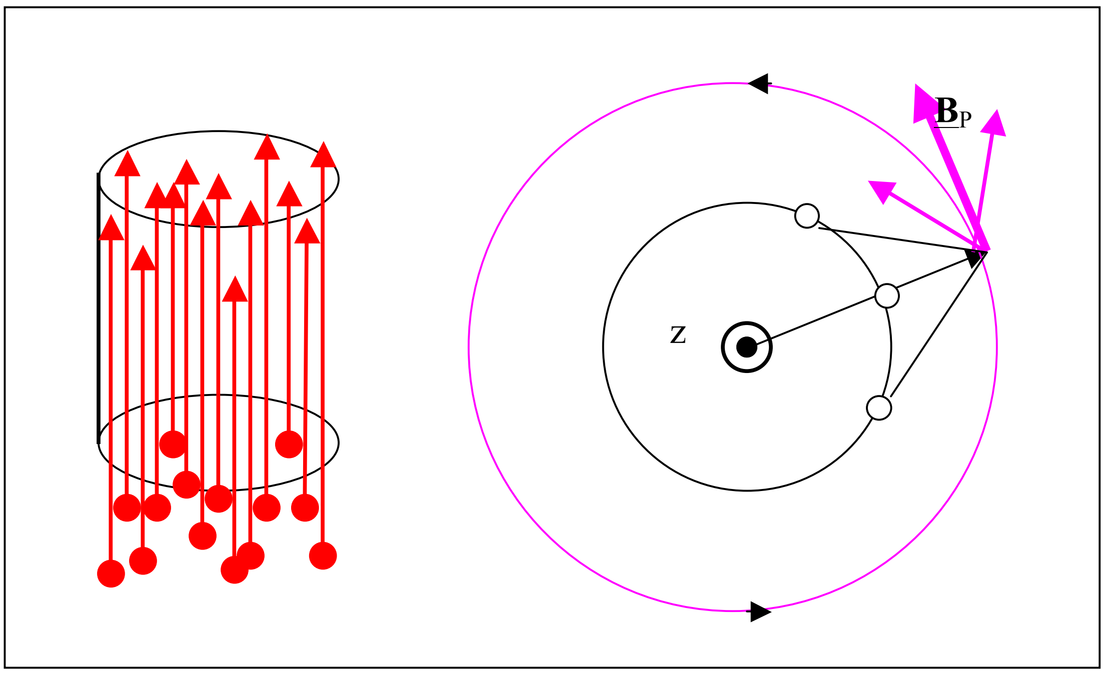
$$V_x(t) = \left(V_0 + \frac{mg\sin\vartheta}{\beta}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{mg\sin\vartheta}{\beta}$$ <u>identica</u> a 1.1.



Esercizio 2

2.1 All'interno del cilindro le densità di corrente dei portatori positivi e negativi sono uguali: $J_z^{pos} = J_z^{neg} = enV_o$, per cui la corrente totale richiesta è $I = \left(J_z^{pos} + J_z^{neg}\right)\pi a^2 = 2\pi a^2 enV_o$.

2.2 All'interno del cilindro è presente una densità di corrente uniforme , che si può suddividere in tanti fili rettilinei di sezione infinitesima percorsi da corrente. La direzione del campo magnetico in un punto P a distanza *r* dall'asse si può determinare notando che la il campo magnetico generato da due fili in posizione simmtrica rispetto alla congiungente del punto P all'asse z (vedi figura) è tangenziale, quindi $B_r = 0,\ B_z = 0,\ B_\vartheta \neq 0$.



Applicando la legge di Ampère si trova: $B_\vartheta = \begin{cases} \mu_0 enV_o r & r < a \\ \dfrac{\mu_0 a^2 enV_o}{r} & r > a \end{cases}$

2.3 La forza sul singolo portatore è la stessa sia per portatori positivi che negativi, ed è diretta radialmente verso il centro: $F_r = -\mu_o ne^2 V_o^2 r$.

2.4 Esistono infinite linee chiuse γ tali che $\oint_{\gamma} \vec{B} \bullet d\vec{l} = 3\pi\mu_o a^2 e n V_o$. Una è quella riportata in figura.