INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 17 gennaio 2012

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Due satelliti artificiali si muovono attorno alla Terra in senso antiorario con moti circolari uniformi su un piano che contiene l'Equatore terrestre. Il primo satellite (massa $m_1 = 1000 kg$) orbita ad una altezza $h_1 = 1700 km$, il secondo (massa $m_2 = 2000 kg$) ad una altezza $h_2 = 5700 km$. Al tempo t=0 i due satelliti ed il centro della Terra sono allineati; si trascuri l'attrazione gravitazionale fra i due. Nota: sono importanti le valutazioni numeriche; utilizzare i seguenti dati: $M_T \approx 6.0 x 10^{24} kg$, $R_T \approx 6300 km$.

1.1 Calcolare il <u>modulo della velocità</u> ed il <u>modulo dell'accelerazione</u> di <u>ognuno dei due</u> satelliti.

1.2 Calcolare <u>l'energia</u> che si è dovuta fornire ad <u>ognuno dei due</u> satelliti per portarli sulle rispettive orbite, considerando come stato iniziale quello in cui erano entrambi fermi sulla superficie terrestre.

1.3 Calcolare la <u>distanza fra i due satelliti</u> in funzione del tempo *t* e <u>disegnarne il grafico</u> fra il tempo t = 0 ed il successivo istante in cui saranno nuovamente allineati con il centro della Terra.

1.4 Calcolare, in funzione del tempo *t*, <u>il rapporto</u> $\left(\frac{|\vec{F}_{12}|}{|\vec{F}_{1T}|}\right)$ fra il modulo della forza di attrazione fra i due satelliti ed il modulo della forza che la Terra esercita sul primo.

Esercizio 2 Una sottile bacchetta isolante di forma semicircolare è uniformente caricata con una densità lineare positiva di carica λ. Essa è situata sul semipiano $z = 0$ *(con* $y < 0$*)* di un sistema di coordinate *Oxyz*, ha centro in O e raggio *a*.

2.1 Calcolare il <u>potenziale elettrico</u> nel punto $P=(0,0,z)$ ponendo $V(\infty) = 0$.

2.2 Calcolare la sola <u>componente z del campo elettrico</u> (E_z) nel punto P.

2.3 <u>Calcolare</u> $\vec{E} = (E_x, \quad E_y, \quad E_z)$ nel punto O.

2.4 Un protone è lasciato libero da fermo in *O* e si muove fino a portarsi a distanza infinita. <u>Dire se la sua traiettoria è</u>: i) rettilinea lungo l'asse *x*; ii) rettilinea lungo l'asse *y*; iii) rettilinea lungo l'asse *z*; iv) altro. Calcolare la sua <u>velocità</u> all'infinito.

INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 17 gennaio 2012
RISPOSTE

Esercizio 1.

1.1 Per un satellite di massa *m* in moto circolare uniforme a distanza *R* dal centro della Terra vale $m|\vec{a}| = \frac{m\vec{V}^2}{R} = \frac{GmM_T}{R^2}$, da cui: $|\vec{a}_1| = \frac{GM_T}{(R_T + h_1)^2} = 6.25\frac{m}{s^2}$,

$|\vec{a}_2| = \frac{GM_T}{(R_T + h_2)^2} = 2.77\frac{m}{s^2}$, $|\vec{V}_1| = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h_1}} = 7.1\frac{km}{s}$, $|\vec{V}_2| = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h_2}} = 5.8\frac{km}{s}$.

1.2 Per un satellite di massa *m* l'energia richiesta è $\Delta E = E_f - E_i$, dove

$E_f = \frac{m\vec{V}^2}{2} - \frac{GmM_T}{R}$ e $E_i = 0 - \frac{GmM_T}{R_T}$, per cui $\Delta E = \frac{GmM_T}{2R_T}\frac{R_T + 2h}{R_T + h}$.

Con i valori numerici si ha: $\Delta E_1 = 3.85x10^{10}\,J$ e $\Delta E_2 = 9.35x10^{10}\,J$.

1.3 In un sistema di coordinate Oxyz con origine nel centro della Terra, asse *x* passante per i due satelliti al tempo t=0 ed asse *y* giacente nel piano dell'orbita, le posizioni dei due satelliti sono $\begin{cases} x_1 = (R_T + h_1)\cos\omega_1 t \\ y_1 = (R_T + h_1)\sin\omega_1 t \end{cases}$ e $\begin{cases} x_2 = (R_T + h_2)\cos\omega_2 t \\ y_2 = (R_T + h_2)\sin\omega_2 t \end{cases}$, con

$\omega_1 = \frac{V_1}{R_1} = 8{,}87x10^{-4}\,rad/s$ e $\omega_2 = \frac{V_2}{R_2} = 4{,}83x10^{-4}\,rad/s$. La distanza vale

$$D(t) = \sqrt{(R_T + h_1)^2 + (R_T + h_2)^2 - 2(R_T + h_1)(R_T + h_2)\cos(\omega_1 - \omega_2)t} =$$

$= \sqrt{208 - 192\cos\frac{2\pi t}{\Delta T}}x10^3\,km$ con $\Delta T = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = 1{,}55x10^4\,s = 4{,}3h$. Il grafico *D(t)* è riportato in fig.1.

1.4 $\frac{|\vec{F}_{12}|}{|\vec{F}_{1T}|} = \frac{Gm_1m_2}{D(t)^2}\frac{(h_1 + R_T)^2}{Gm_1M_T} = \frac{m_2}{M_T}\frac{(h_1 + R_T)^2}{D(t)^2}$

Esercizio 2

.

2.1 Tutti i punti della bacchetta sono equidistanti da P: $V(0,0,z) = \frac{\lambda a}{4\varepsilon_o\sqrt{a^2 + z^2}}$.

2.2 $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\lambda a}{4\varepsilon_o}\frac{z}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$.

2.3 Nel punto O $E_x = E_z = 0$ consemplici considerazioni di simmetria. La componente y di calcola effettuando l'integrale (vedere fig.2 per una migliore comprensione): $E_y = \int dE_y = \int |d\vec{E}| \sin\vartheta = \int_0^{\pi} \frac{\lambda a d\vartheta}{4\pi\varepsilon_o a^2} \sin\vartheta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o a}$.

2.4 La traiettoria del protone è: ii) rettilinea lungo l'asse y. La sua velocità all'infinito si ricava con la conservazione dell'energia: $\frac{m_p V_\infty^2}{2} + eV(\infty) = 0 + eV(0,0,0)$, da cui $V_\infty = \sqrt{\frac{e\lambda}{2\varepsilon_o m_p}}$.

.

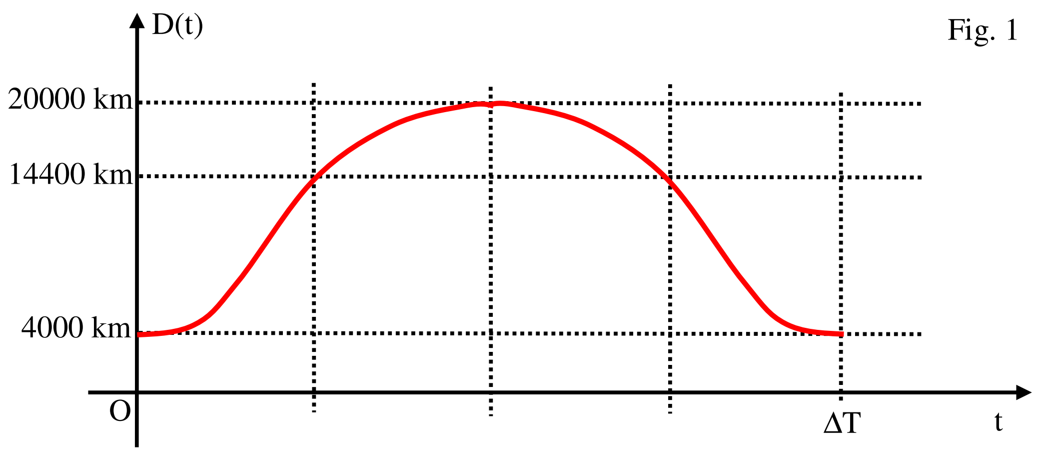

Fig. 1

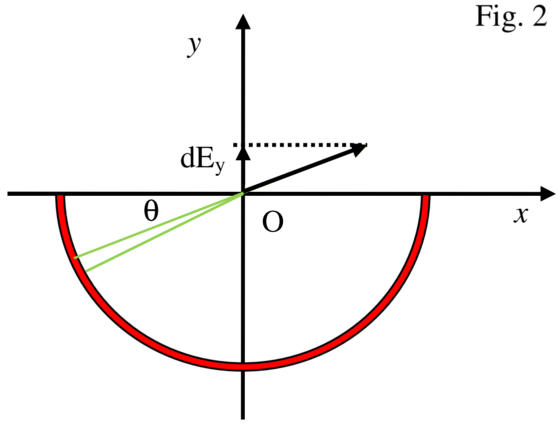

Fig. 2